

SUPPLEMENTO  
AL VOLUME I, SERIE X, DEL  
NUOVO CIMENTO  
A CURA DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

1955

N. 3

Étude de mésons lourds  
à l'arrêt dans les émulsions photographiques (\*).

Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris

TABLE DES MATIÈRES  
ET RÉSUMÉS (EN ANGLAIS)

PREMIÈRE PARTIE

T. F. HOANG, L. JAUNEAU, J. JOUVIN, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LECOURTOIS et J. TREMBLEY - <i>Résultats expérimentaux sur les masses des mésons primaires . . . . .</i>	pag. 172
---	----------

**Abstract.** — In the present article results are given on the mass estimation of 34 heavy mesons by means of the following methods: I) Grain-density vs. range; II) Gap-density vs. range; III) Photometric opacity vs. range; IV) Scattering vs. range. The details of calibration used for each method will be published separately (Part II). The aim of this paper is to investigate a way in which the data obtained can be compared and combined. Among the 34 heavy mesons we find: 1) 29 cases having one single charged relativistic secondary; 2) 2 cases of  $\tau$ ; 3) one case interpreted as  $\tau'$  with  $E_\pi = 22,3$  MeV; 4) one case showing a low energy  $\mu$ -secondary followed by a decay electron,  $E_\mu = 33,3$  MeV; 5) one case of a negative heavy meson giving rise to a nuclear desintegration at the end of its range. The average masses of three  $\tau$ -mesons (cases 2) and 3)) according to four methods are as follows: Method I:  $M = 957 \pm 40$  m<sub>e</sub>; Method II:  $M = 942 \pm 80$  m<sub>e</sub>; Method III:  $M = 943 \pm 44$  m<sub>e</sub>; Method IV:  $M = 1030 \pm 115$  m<sub>e</sub>. The

(\*) Les auteurs de cet étude sont heureux de remercier le Professeur G. POLVANI et la Réaction du *Nuovo Cimento*, qui leur ont offert de publier, dans un même fascicule du *Supplemento*, les six articles suivants, qui résument le travail effectué sur les mésons lourds par le groupe des émulsions photographiques du Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique.

final average of all these is:  $955 \pm 28$  m<sub>e</sub>. For heavy mesons with a relativistic secondary (case 1)) the average masses are: Method I:  $M = 948 \pm 27$  m<sub>e</sub>; Method II:  $M = 942 \pm 28$  m<sub>e</sub>; Method III:  $M = 908 \pm 17$  m<sub>e</sub>; Method IV:  $M = 952 \pm 49$  m<sub>e</sub>; which lead to the final average:  $926 \pm 13$  m<sub>e</sub>. The error is the standard deviation. An additional error of 12 m<sub>e</sub> is added in view to take into account possible bias. This leads finally to:  $\bar{M} = 926 \pm 25$  m<sub>e</sub>. The average mass of heavy meson with a low energy secondary (case 4)) is:  $1172 \pm 56$  m<sub>e</sub>. The possibility that this particle is significantly heavier than those of the 29 previous cases has been discussed. We have investigated a statistical method to test the possible existence of a mixture of particles of two distinct masses. Numerical results are given for the particles of case 1) using the shape of the mass spectrum deduced from the photometric measurements and the average value of the mass  $926 \pm 25$ . The existence of a particle of mass around 1030 m<sub>e</sub> (or heavier) in large proportion is found to be very unlikely.

## DEUXIÈME PARTIE

1. T. F. HOANG — *Méthode d'estimation de masse par densité de grains-parcours restant* . . . . . pag. 186

**Abstract.** — An attempt has been made to improve the mass measurement by grain-counting using large cells, containing about 1000 grains. Different errors have been discussed, especially those due to non-uniformity in the sensibility and processing of emulsions. The principle of the method is based on the observed proportionality in a certain region between the energy loss suffered by a charged particle due to ionization in the emulsion and the grain-density; the two constants of the relationship connecting these two quantities have been determined by means of 20  $\pi$ -mesons. This relation has then been used for the mass estimation. To calculate the errors a constant term of 3% has been added to the statistical error in order to take into account the non-uniformity of the emulsion. The errors thus calculated agree with the dispersion of the masses of the 20  $\pi$ -mesons used for calibration. The method has been applied to 19 heavy mesons observed in stripped emulsions having each a range over 8 mm.

2. G. KAYAS — *Méthode d'estimation des masses par énumération des lacunes* . . . . . pag. 200

**Abstract.** — Integral gap number counting is discussed and applied to mass estimation of 24 K-mesons stopping in a stack of electron sensitive emulsions. A number of 40 protons ending in the emulsions is used for calibration purposes and error estimation. The weighted average of the K-meson masses turns out to be:  $M_K = (942 \pm 28)$  m<sub>e</sub> with dispersion 130 m<sub>e</sub>.

3. D. MORELLET — *Méthode d'estimation de masse par densité photométrique-parcours restant* . . . . . pag. 209

**Abstract.** — This article on mass determination of heavy mesons is dealing with photometric opacity vs. range method. We describe a photometric device designed for this purpose. The apparatus has two slits of quite different apertures. The image of

the broader slit (broad slit of aperture  $\geq 2 \mu$ ) remains in a fixed position while the image of the narrow slit describes a periodic and uniform motion about the center of the broad one, to survey the neighbourhood of the measured track. An optical arrangement allows us to make measurements in standardized conditions (sweeping prism of normalization). There are two ways to estimate ionization: *Method I*: by the transversal opacity distribution, given by the narrow slit. *Method II*: by measuring the total light transmitted by the broad slit. In this case, the narrow slit is only used for normalisation and to eliminate bad background distorsions.

4. A. ORKIN-LECOURTOIS — *Méthode d'estimation de masse par diffusion multiple-parcours restant* . . . . . pag. 222

**Abstract.** — In order to estimate the mass of 20 K-mesons observed in a Sardinia stack of emulsions by means of the constant sagitta method, 50 identified protons and  $\pi$ -mesons were measured with cell schemes giving the same signal to noise ratio for all masses. A calibration constant  $q_0$  and an experimental value of the standard deviation have thus been obtained, the error is then derived from the latter. Corrections are applied. The distortion effects either measured directly or through the sagitta distribution are observed to be negligible, small cell schemes being used. Results concerning  $\pi$ - and K-mesons are given.

#### TROIXIÈME PARTIE

- L. JAUNEAU et J. TREMBLEY — *Résultats expérimentaux sur les secondaires des mésons lourds* . . . . . pag. 230

**Abstract.** — In this paper we present an analysis of heavy-meson secondaries which have not been observed to come to rest in the emulsion. The ionisation-scattering method used in the mass estimates is described. The precision of this method has been verified by measurements on 10  $\mu$ -mesons and 19  $\pi$ -mesons. 23 heavy-mesons emitting an energetic single charged secondary have been observed. Only 4 secondaries had a sufficiently long path in each plate to allow an estimate of their nature and energy. It is not possible with this method to distinguish between  $\mu$ -and  $\pi$ -mesons in single cases. Nevertheless, a combination of mass estimates and  $p\beta e$  values appear to indicate that the secondaries of  $K_{13}$ ;  $K_{17}$  and  $K_{22}$  are  $\mu$ -mesons with  $p\beta e$  compatible with a single value at  $(209 \pm 9)$  MeV. On the other hand, the secondary of  $K_{23}$  would correspond to a  $\pi$ -meson with  $p\beta e = (116 \pm 18)$  MeV.

# Étude de mésons lourds à l'arrêt dans les émulsions photographiques.

## PREMIÈRE PARTIE

### Résultats expérimentaux sur les masses des mésons primaires.

T. F. HOANG, L. JAUNEAU, J. JOUVIN, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET.  
D. MORELLET, A. ORKIN-LECOURTOIS et J. TREMBLEY

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris*

(ricevuto il 13 Gennaio 1955)

SOMMAIRE. — 1. Généralités sur les méthodes de détermination de masses. 1. Influence de l'asymétrie de la distribution de masse. 2. Indépendance des méthodes. 3. Combinaison statistique des estimations partielles. — 2. Mésons  $\tau$ . 1. Mésons  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . 2. Mésons  $\tau'$ . 3. Mésons lourds donnant un secondaire chargé d'ionisation voisine du minimum. 4. Un exemple de méson lourd donnant un secondaire  $\mu$  de faible énergie ( $K_{14}$ ). 5. Un exemple de méson lourd négatif. — 3. Conclusions.

De nombreux progrès ont été réalisés, au cours de ces dernières années, dans l'étude des mésons lourds. En ce qui concerne les émulsions photographiques, le principal progrès intervenu réside dans l'utilisation d'émulsions sans support de verre. Une première classification des mésons lourds instables peut être effectuée d'après le mode de désintégration observé, c'est-à-dire d'après l'étude des secondaires. Une seconde classification repose sur la détermination de la masse des mésons primaires. Nous nous proposons d'étudier les mesures de masses effectuées à l'Ecole Polytechnique sur 34 mésons lourds à l'arrêt.

Ces mésons sont répartis ainsi: six d'entre eux ( $K_1$  à  $K_6$ ) dans des émulsions sur verre<sup>(1)</sup>, les autres dans le lot N. 22 de l'expédition internationale de Sardaigne. Les 40 émulsions du lot sont des Ilford G5, 600  $\mu$ , de dimensions 10 × 15 em.

(1) J. CRUSSARD, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LECOURTOIS, et J. TREMBLEY: *Conférence de Bagnères; Phys. Rev.*, 90, 6, 1127 (1953).

Dans ce lot, 44 cm<sup>3</sup> d'émulsion furent explorés systématiquement. Nous avons ainsi observé 23 événements à l'arrêt, soit 1 méson  $\tau$ , 21 mésions donnant un seul secondaire chargé et un méson produisant une petite étoile. En outre, un méson  $\tau$  a été fourni par la remontée de traces de mésons  $\pi$  et 4 autres mésions ont été découverts au cours d'opérations diverses.

Deux des mésions précédents donnant un seul secondaire chargé, se distinguent par leurs secondaires de faible énergie. Dans un cas celui-ci est un mésion  $\mu$  de 33 MeV (K<sub>14</sub>). Tous les autres donnent un secondaire voisin du minimum d'ionisation.

### 1. - Généralités sur les méthodes de détermination de masses.

Nous disposons de quatre méthodes pour déterminer la masse des particules qui s'arrêtent dans l'émulsion, trois méthodes associant l'ionisation au parcours, et une méthode associant la diffusion multiple au parcours. Dans la suite de l'exposé nous les noterons: I, II, III, IV.

- I – densité de grains-parcours;
- II – densité de lacunes-parcours;
- III – opacité photométrique-parcours;
- IV – scattering-parcours.

Les principes de ces méthodes ont déjà fait l'objet de publications (<sup>2</sup>). Le mode opératoire adopté pour les présentes mesures et les étalonnages correspondants seront donnés à la suite de cet article.

Les masses des mésions lourds ont été déterminées par l'une ou plusieurs de ces quatre méthodes, tout au moins dans les cas où la longueur et l'inclinaison de la trace permettaient la mesure. De ce point de vue, les exigences des quatre méthodes diffèrent notablement, ce qui explique que des traces n'aient pu être mesurées que par certaines d'entre elles.

L'application de plusieurs méthodes de mesure à chaque particule permet de déceler des erreurs accidentelles dues, soit à l'imperfection de l'émulsion soit à l'appareil de mesure, c'est-à-dire qu'elle assure un contrôle des résultats. Elle offre en principe l'avantage d'accroître la précision sur l'estimation de la masse de chaque particule, par combinaison statistique des estimations partielles. Cependant, il convient de s'assurer que les quatre méthodes sont comparables, c'est-à-dire qu'elles conduisent à des distributions de masses ayant sensiblement la même forme et qu'elles ne présentent pas de biais entre

(<sup>2</sup>) T. F. HOANG: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 1790 (1954); G. KAYAS: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 2153 (1954); C. MABBOUX et D. MORELLET: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 1793 (1954); A. ORKIN-LE COURTOIS: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 2311 (1954).

elles. D'autre part, la combinaison brutale des estimations n'a de sens que s'il n'existe pas de corrélation entre les méthodes. Nous examinerons ces divers points.

**1.1. Influence de l'asymétrie de la distribution de masse.** — Les méthodes II et III peuvent être qualifiées d'empiriques en ce sens qu'elles ne font pas intervenir explicitement la relation parcours-énergie. La méthode I a été appliquée en utilisant la relation :

$$E = a(Mc^2)^{1-b}R^b,$$

où les constantes ont respectivement pour valeur:  $a = 1,46 \cdot 10^{-2}$  et  $b = 0,568$  avec  $E$  exprimé en MeV et  $R$  en microns.

Enfin, la méthode IV utilise aussi cette relation.

Aucune des quatre méthodes ne lie linéairement la quantité mesurée, de nature gaussienne, à la masse  $M$ . Toutefois pour II et III l'effet d'asymétrie sur  $M$  peut être considéré comme tout à fait négligeable car les relations utilisées sont presque linéaires. Au contraire, pour IV et I la variable gaussienne est  $x = M^\alpha$ , avec  $\alpha = 1 - b$  dans la méthode I et  $\alpha = b - 1$  dans la méthode IV. La variable  $x$  est distribuée symétriquement autour de la moyenne  $x_0 = M_0$  avec un écart-type  $\sigma$ . La valeur  $M_0$  est celle qui, dans la distribution de la masse, correspond au maximum de probabilité (mode) mais elle est différente de la moyenne  $\bar{M}$ . L'asymétrie de la méthode peut être estimée par l'écart  $\Delta M = \bar{M} - M_0$ , donné par:

$$\frac{\Delta M}{M_0} = \frac{1 - \alpha}{2\alpha^2} \left( \frac{\sigma}{x_0} \right)^2.$$

On trouve, ayant  $M_0 \approx 1000$  m<sub>e</sub>,  $\Delta M = 2$  m<sub>e</sub> pour la méthode densité de grains-parcours, et 48 m<sub>e</sub> pour la méthode scattering-parcours.

On peut donc assimiler la distribution des masses estimées par la méthode I à une distribution gaussienne ( $\Delta M \approx 2$  m<sub>e</sub>). Par contre, l'asymétrie de la méthode IV conduit à un écart non négligeable entre le mode et la moyenne de la distribution correspondante. Cependant, le poids statistique de la méthode IV, dans la combinaison des différentes estimations, est faible devant ceux des autres méthodes, et un déplacement de +50 m<sub>e</sub> sur la moyenne des estimations de la méthode IV n'entraîne qu'un déplacement de +4 m<sub>e</sub> sur la moyenne générale. On pourra donc, dans la suite de la discussion, assimiler la distribution de masse IV à une distribution gaussienne centrée sur  $\bar{M}_{IV}$  (mode) sans altérer notablement les conclusions. Nous indiquerons, toutefois, la vraie valeur  $\bar{M}_{IV}$ , déduite de la pondération sur la variable gaussienne chaque fois que cela sera utile.

**1·2. Indépendance des méthodes.** — Nous n'avons pu mettre en évidence aucune corrélation significative entre les estimations de masses des mêmes particules par deux méthodes différentes. Cela doit être le cas entre IV (scattering) et I, II, III (méthodes d'ionisation). Il en est de même pour II et I ou I et III, celles ci utilisant des portions différentes de la trace. Pour II et III, l'absence de corrélation décelable peut fort bien venir du fait que, bien qu'elles utilisent des parcours restants sensiblement équivalents, elles lient la masse à des estimations de l'ionisation qui ne sont que partiellement liées (nombre de lacunes pour II et opacité de toute la surface de la trace pour III).

Nous supposerons par la suite que l'on peut considérer les diverses méthodes comme indépendantes, en négligeant une légère corrélation éventuelle entre II et III.

**1·3. Combinaison statistique des estimations partielles.** — On dispose de  $n$  estimations  $M_i$ , chacune affectée d'une erreur-type  $\sigma_i$ . Dans l'hypothèse où ces  $n$  valeurs appartiennent à une même distribution centrée sur une valeur  $M$  et supposée gaussienne, la quantité

$$\sum_i \frac{(M_i - M)^2}{\sigma_i^2},$$

suit une loi de  $\chi^2$  (\*) avec un nombre de degrés de liberté  $v = n$  si la moyenne  $M$  est donnée à priori, et  $v = n - 1$  si la moyenne  $M$  est estimée à partir de l'ensemble des résultats.

La meilleure estimation de  $M$  est celle qui rend  $\chi^2$  minimum, soit  $\chi_m^2$ , c'est-à-dire celle qui conduit à la pondération par rapport à l'inverse des variances.

Pour un ensemble d'estimations  $M_i$ , nous indiquerons, avec  $M$  et  $\sigma$ , la probabilité  $P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$  d'obtenir des résultats plus dispersés que ceux observés.

## 2. — Mésons $\tau$ . (3)

**2·1. Mésons  $\tau_1$  et  $\tau_2$ .** — Nous avons observé, deux exemples de mésons se désintégrant au repos en 3 secondaires chargés. Dans le premier ( $\tau_1$ ), l'un de ces secondaires s'arrête et est identifié comme  $\pi^+$  par sa désintégration. Dans le second exemple ( $\tau_2$ ) les 3 secondaires arrivent au repos dans le bloc d'é-mulsions: deux sont des  $\pi^+$ , le troisième est un  $\pi^-$  donnant une étoile- $\sigma$

(\*) Les erreurs statistiques sur les  $\sigma_i$  sont supposées négligeables.

(3) Congrès de Padoue (1954), Suppl. Nuovo Cimento, 12, 208 (1954). On trouvera dans ce compte-rendu les valeurs  $Q$  des  $\tau_1$  et  $\tau_2$ . L'erreur sur l'estimation de la masse du  $\tau'$  par la méthode I est passée de 80 à 130 m<sub>e</sub>: ceci est dû à une modification de la méthode de calcul de la masse et de l'erreur.

TABLEAU I.

N. <sup>o</sup>	$R$ en $\mu$	$n$ (*)	Masse (en $m_e$ )			Moyenne pondérée	$\chi_m$	$P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$	Source
			Méthode I	Méthode II	Méthode III				
$\tau_1$	39 000	35	973 $\pm$ 64	950 $\pm$ 150	920 $\pm$ 90	875 $\pm$ 230	951 $\pm$ 48	—	21 + On
$\tau_2$	10 050	5	945 $\pm$ 63	945 $\pm$ 125	955 $\pm$ 80	940 $\pm$ 195	948 $\pm$ 45	—	{ 5 + 2n
$\tau'_1$	7 000	3	920 $\pm$ 130	930 $\pm$ 130	947 $\pm$ 65	1 280 $\pm$ 195	961 $\pm$ 51	—	{ ou 5 + 1p
$K_1^+$	13 200	6	1 115 $\pm$ 85	1 300 $\pm$ 175	1 240 $\pm$ 90	895 $\pm$ 190	1 172 $\pm$ 56	4,85	21 + 1p
$K_1^-$	23 350	11	1 065 $\pm$ 68	945 $\pm$ 120	1 037 $\pm$ 80	1 030 $\pm$ 220	1 036 $\pm$ 46	0,758	3 + 5p

(\*)  $n$  = nombre de plaques traversées.

à 1 branche. La coplanarité des directions d'émission des trois secondaires est définie à  $1^\circ$  près pour le  $\tau_1$ , et à  $3^\circ$  près pour le  $\tau_2$ . Ces deux cas appartiennent au mode de désintégration habituel du méson  $\tau$  en  $3\pi$ .

Les déterminations de la masse des mésons  $\tau_1$  et  $\tau_2$  par les 4 méthodes de mesure, sont données dans le tableau I.

2.2. Mésons  $\tau'$  (ou  $(^{\tau})K_\pi$ ). — Le secondaire de l'un des mésons lourds observés s'arrête après un parcours de  $9660\ \mu$  dans l'émulsion et donne un  $\mu$  suivi de son électron. Ce secondaire est donc un  $\pi$  positif d'une énergie de 22,3 MeV.

Les valeurs de la masse du méson primaire obtenues par les quatre méthodes de mesure sont compatibles avec la masse du méson  $\tau$  (Tableau I). D'autre part, l'énergie du  $\pi$  est voisine des valeurs précédemment trouvées pour les secondaires des mésons  $\tau_1$  et  $\tau_2$ ; elle est très proche de la valeur la plus probable correspondant à l'équipartition de l'énergie entre les  $3\pi$  du  $\tau$ .

Des événements analogues ont été observés dans différents laboratoires<sup>(4)</sup>

(4) J. CRUSSARD, M. F. KAPLON, J. KLARMANN and J. H. NOON: *Phys. Rev.*, **93**, 253 (1954); **95**, 584 (1954); E. AMALDI, G. BARONI, C. CASTAGNOLI, G. CORTINI C. FRANZINETTI et A. MANFREDINI: *Nuovo Cimento*, **11**, 207 (1954); G. BELLIBONI, B. SECHI et B. VITALE: *Suppl. Nuovo Cimento*, **12**, 195 (1954); M. DI CORATO, C. C. DILWORTH et L. SCARSI: *Suppl. Nuovo Cimento*, **12**, 202 (1954).

et sont interprétés comme un mode différent de désintégrations du méson  $\tau$ , suggéré (5) par plusieurs auteurs:

$$\tau' \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0.$$

Les moyennes pondérées effectuées sur les masses de  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau'_1$ , sont pour chaque méthode:

I	$957 \pm 40 \text{ m}_e$ ,
II	$942 \pm 80 \text{ m}_e$ ,
III	$943 \pm 44 \text{ m}_e$ ,
IV	$1030 \pm 115 \text{ m}_e$ .

Ces quatre estimations, de moyenne pondérée  $955 \pm 28 \text{ m}_e$ , sont compatibles entre elle ( $\chi_m^2 = 0,51$ ,  $P(\chi^2 \geq \chi_m^2) = 0,90$ ).

**2.3. Mésons lourds donnant un secondaire chargé d'ionisation voisine du minimum.** – Nous disposons de 29 exemples de ce type (dont 6 observés dans les émulsions sur verre). Le nombre de méthodes utilisées dépend de la longueur des traces et de leur inclinaison. Les caractéristiques géométriques de traces des particules ainsi que les diverses estimations de masses sont fournies par le Tableau II, à page 178, qui donne également la moyenne des diverses mesures faites par particule.

Le Tableau III groupe par méthodes les valeurs du Tableau II. Outre les valeurs moyennes, sont indiquées les  $\chi_m^2$  et les  $P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$  correspondants ainsi que la valeur moyenne totale (I+II+III+IV) et les  $\chi_m^2$  et  $P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$  qui lui sont associés.

L'examen des Tableaux II et III montre que les mesures effectuées par chaque méthode sont, pour chacune d'elles, compatibles avec l'hypothèse d'une masse unique. Bien plus, les  $\chi_m^2$  correspondants paraissent être, dans l'ensemble, trop faibles, ce qui conduit à penser que les écarts individuels indiqués sont plus grands que ceux que l'on peut déduire des distributions. (\*)

La comparaison des valeurs moyennes de I, II, III et IV, surtout si l'on réduit les dispersions, indique l'existence probable de légers écarts systématiques dans une ou plusieurs des méthodes. Ceci est déjà suggéré par le

(5) A. PAIS: *Phys. Rev.*, **86**, 663 (1953); R. H. DALITZ: *Proc. Phys. Soc.*, A **66**, 710 (1953).

(\*) On peut comparer directement la variance déduite d'une distribution et celle estimée à partir des erreurs indiquées. L'application du test  $z$  de Fisher à la distribution III montre qu'on a seulement une probabilité 0,05 d'obtenir un rapport de ces deux variances supérieur à celui observé.

TABLEAU II (\*).

N.	$R$ ( $\mu$ )	$n$	Masse (en $m_e$ )			Moyenne pondérée (en $m_e$ )	Source	
			Méthode I (grains)	Méthode II (lacunes)	Méthode III (photométrie)			
1	1 300	1	—	—	1 150 $\pm$ 300	900 $\pm$ 300	1 025 $\pm$ 212	—
2	4 950	1	—	950 $\pm$ 100	900 $\pm$ 75	815 $\pm$ 155	904 $\pm$ 56	13 + 18 p
3	6 040	1	—	—	930 $\pm$ 80	1 070 $\pm$ 190	951 $\pm$ 72	9 + 2 p
4	9 000	1	—	950 $\pm$ 90	910 $\pm$ 70	830 $\pm$ 135	911 $\pm$ 50	6 + 1 p
5	1 250	1	—	950 $\pm$ 100	800 $\pm$ 250	1 000 $\pm$ 325	935 $\pm$ 90	—
6	1 400	1	—	970 $\pm$ 150	960 $\pm$ 220	810 $\pm$ 265	938 $\pm$ 112	—
7	> 25 000	?	892 $\pm$ 84	1 050 $\pm$ 120	845 $\pm$ 80	—	903 $\pm$ 53	—
8	9 500	2	810 $\pm$ 138	980 $\pm$ 150	862 $\pm$ 80	882 $\pm$ 180	873 $\pm$ 60	28 + 6 p
9	2 050	2	—	950 $\pm$ 250	—	1 160 $\pm$ 450	1 000 $\pm$ 220	3 + 0 n
10	8 700	3	976 $\pm$ 134	990 $\pm$ 150	921 $\pm$ 60	1 054 $\pm$ 250	940 $\pm$ 50	11 + 0 n
11	2 700	2	—	950 $\pm$ 140	—	1 040 $\pm$ 260	970 $\pm$ 123	29 $\pm$ 11 p
12	37 400	35	1 078 $\pm$ 120	880 $\pm$ 130	891 $\pm$ 80	770 $\pm$ 200	925 $\pm$ 57	13 + 5 p
13	> 19 250	13	870 $\pm$ 87	960 $\pm$ 130	881 $\pm$ 80	1 390 $\pm$ 370	890 $\pm$ 60	—
15	4 660	7	—	—	882 $\pm$ 80	965 $\pm$ 360	885 $\pm$ 78	21 + 0 p
16	27 800	9	954 $\pm$ 90	1 050 $\pm$ 180	910 $\pm$ 80	1 037 $\pm$ 220	947 $\pm$ 55	8 + 2 p
17	14 000	19	1 060 $\pm$ 145	1 000 $\pm$ 190	—	—	1 039 $\pm$ 113	3 + 6 p
18	10 309	15	933 $\pm$ 150	1 200 $\pm$ 230	827 $\pm$ 80	1 148 $\pm$ 300	893 $\pm$ 66	?
19	585	1	—	700 $\pm$ 300	1 047 $\pm$ 150	—	976 $\pm$ 135	4 + 0 n
20	18 000	24	—	—	—	—	—	2 + 3 p
21	14 000	19	830 $\pm$ 80	—	—	—	830 $\pm$ 80	24 + 3 p
22	?	?	—	920 $\pm$ 120	983 $\pm$ 80	995 $\pm$ 170	972 $\pm$ 62	?
23	29 500	21	895 $\pm$ 90	1 150 $\pm$ 190	855 $\pm$ 80	1 210 $\pm$ 280	910 $\pm$ 56	7 + 0 n
24	18 400	7	960 $\pm$ 100	810 $\pm$ 110	864 $\pm$ 80	1 110 $\pm$ 250	890 $\pm$ 53	19 + 1 p
25	36 800	23	982 $\pm$ 90	1 025 $\pm$ 240	1 006 $\pm$ 80	—	997 $\pm$ 58	?
26	41 200	13	1 070 $\pm$ 90	—	920 $\pm$ 80	874 $\pm$ 190	975 $\pm$ 57	11 + 0 p
27	28 300	13	1 060 $\pm$ 90	930 $\pm$ 140	810 $\pm$ 80	776 $\pm$ 170	909 $\pm$ 52	?
28	5 600	2	—	750 $\pm$ 120	919 $\pm$ 80	—	867 $\pm$ 67	5 + 0 p
29	?	?	—	—	992 $\pm$ 80	—	992 $\pm$ 80	?
30	?	?	—	—	990 $\pm$ 80	—	990 $\pm$ 80	?
	$M_1 = 948 \pm 27$		$\bar{M}_{\text{II}} = 942 \pm 28$		$\bar{M}_{\text{III}} = 908 \pm 17$	$\bar{M}_{\text{IV}} = 952 \pm 49$	$\bar{M}_{\text{I+II+III+IV}} = \frac{926 + 13}{4} = 235$	

(\*) Note au Tableau II. — Il est nécessaire d'expliquer les divergences qui apparaissent entre les estimations de masse données dans ce tableau et celles publiées dans les comptes rendus du Congrès de Padoue (*Suppl. Nuovo Cimento*, 12 (1954), tableau partiel p. 242 et tableau général p. 438).

Certaines différences sont de simples erreurs de transcription. Les  $K_{E_2}$  22 et 23 des deux tableaux des comptes-rendus de Padoue sont en réalité les K 23 et 24. Dans le tableau partiel, il y a eu inversion entre la masse du  $K_8$  mesuré par la méthode des lacunes ( $980 \pm 150$ ) et celle obtenue par la méthode photométrique ( $862 \pm 60$ ). D'autre part, l'estimation photométrique que de la masse du  $K_3$  est 930 et non 1015 comme l'indiquait par erreur la publication originale (*Compt. Rend.*, 236, 872 (1953)).

Par contre, il y a confusion complète pour les K 18, 19, 20, 21 et 22.

D'autres modifications sont imputables aux auteurs eux-mêmes et doivent être justifiées. Elles sont dues à des améliorations de la méthode utilisée ou de l'étalonnage. C'est ainsi que la masse du  $K_{14}$  déduite de la mesure densité de grains-parcours est passée de 1050 à 1115 (l'auteur utilisant une méthode pondérée au lieu de celle du maximum de vraisemblance). Celle du  $K_{12}$  mesurée par la méthode des lacunes est passée de 960 à 880 (utilisation de protons d'étalonnage dans la plaque même du  $K_{12}$ ).

La constante de calibration de la méthode scattering-parcours a été précisée, d'où une légère variation de toutes les masses estimées par cette méthode. D'autre part les masses des K 1 à 6 données dans le tableau général, d'après les comptes-rendus du Congrès de Bagnères-de-Bigorre (p. 128) correspondaient à une combinaison entre deux méthodes différentes scattering-parcours. Les masses de ces mésions données dans le Tableau II ont été mesurées uniquement par la méthode de scattering à flèche constante.

Les indications données dans ce tableau sur les étoiles sources ne doivent pas être considérées comme définitives. Une étude plus approfondie est en cours.

TABLEAU III.

Méthode	$n$	Masse Moyenne (en $m_e$ )	$\chi^2_m$	$P(\chi^2 \geq \chi^2_m)$
I	14	$948 \pm 27$	10,1	0,70
II	21	$942 \pm 28$	9,0	0,98
III	24	$908 \pm 17$	10,7	0,98
IV	20	$952 \pm 49$ (*)	8,4	0,98
I + II + III + IV	4	$926 \pm 13$	2,4	0,50

(\*) La pondération sur la variable gaussienne donne  $\bar{M}_{IV} = 956 \pm 50 m_e$ .

fait que la probabilité  $P(\chi^2 \geq \chi^2_m)_{I+II+III+IV}$  est notablement plus petite que celles relatives à I, II, III, ou IV: voir le Tableau III.

La valeur moyenne totale (I+II+III+IV) pondérée comme il est mentionné plus haut, est:

$$926 \pm 13 m_e.$$

Comme la discussion précédente suggère l'existence possible de légers biais, sans nous permettre de savoir lesquels, le plus simple est de conserver la valeur moyenne et d'augmenter l'écart statistique de 13 m<sub>e</sub> d'un écart tenant compte des erreurs systématiques possibles. La valeur:

$$926 \pm 25 \text{ m}_e$$

est alors compatible avec les résultats des diverses méthodes (\*).

**2.4. Un exemple de méson lourd donnant un secondaire  $\mu$  de faible énergie (K<sub>14</sub>) (6). —** L'événement K<sub>14</sub> se distingue immédiatement, par son secondaire, des 28 événements qui nous venons d'analyser (fig. 1). Ce secondaire possède, à l'émission, un ionisation un peu inférieure à deux fois la valeur minima et s'arrête après un parcours de 2,32 cm sur 13 plaques. Sa trace est suivie elle-même d'une trace courte et inclinée voisine du minimum d'ionisation. La mesure de la diffusion multiple et de l'ionisation de la trace Aa indique une masse compatible avec celle du  $\pi$  ou du  $\mu$ . Il est donc justifié de l'attribuer à un méson  $\mu$  qui se désintègre en  $a$  en émettant un électron. Dans cette hypothèse l'énergie du  $\mu$  déduite de son parcours par la relation de Vigneron, est de 33,3 MeV.

La remontée du méson primaire peut être effectuée sur plusieurs plaques successives. A 9,9 mm de la fin de parcours (3 plaques) on observe une déviation brusque de 106° (en vraie grandeur) avec un noyau de recul de deux grains. La comparaison des densités de grains et des  $p\beta e$  de part et d'autre du point B permet, dans l'hypothèse la plus probable, d'attribuer les traces AB et BC à la même particule subissant en B un choc faiblement élastique (Tableau IV).

TABLEAU IV.

	N. grains/100 $\mu$	$p\beta e$ (MeV)
Sur le tronçon AB près de B	86 $\pm$ 3,5	50 $\pm$ 10
» » BC » B	84 $\pm$ 3,5	60 $\pm$ 20
» » BC » C	79 $\pm$ 3,5	73 $\pm$ 30
» » CD » C	22,6 $\pm$ 2,8	> 200

(\*) Pour préciser la signification de ce résultat, on peut écrire la valeur moyenne sous la forme  $(926 \pm 12) \pm 13 \text{ m}_e$ , la première erreur étant une estimation des biais possibles (distribution carrée de demi-largeur 12), la seconde étant l'erreur statistique déduite de la pondération.

(6) T. F. HOANG, L. JAUNEAU, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LE COURTOIS et J. TREMBLEY: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 1633 (1954).

Fig. 1. — L'évènement  $K_{14}$ .

La trace  $BC$  se poursuit sur 3,28 mm (3 plaques). En  $C$ , on observe une nouvelle déviation, d'angle vrai égal à  $87^\circ$ , sans recul apparent, et avec un brusque changement d'ionisation. La trace  $CD$  a sur la même plaque une longueur de  $600 \mu$  et est au minimum d'ionisation ou voisine de ce minimum. Cette trace peut être suivie jusqu'à sa source (étoile du type  $3 \pm 5$  p) mais elle est malheureusement trop courte et trop inclinée pour faire l'objet de mesures précises. Différentes hypothèses peuvent être faites, dont celle de la désintégration en vol au point  $C$  d'une particule lourde ou celle d'un phénomène nucléaire très particulier. L'impossibilité de déterminer la nature de la particule responsable de la trace  $CD$  ne permet de discuter ces hypothèses.

La masse du méson  $K_{14}$  a été déterminée par les quatre méthodes. Ces estimations sont données dans le Tableau V, ainsi que leur moyenne pondérée et leur degré de compatibilité. Elles sont beaucoup plus dispersées que pour les autres  $K$ ; les trois méthodes d'ionisation donnent des valeurs supérieures à celles obtenues pour les autres mésons, tandis que l'estimation par la méthode de scattering est du même ordre.

TABLEAU V.

Spectre des K sans le $K_{14}$			Spectre des K avec le $K_{14}$					
Méthode	Moyenne ( $m_e$ )	$P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$	$M_{K_{14}}$ ( $m_e$ )	Moyenne avec $K_{14}$ ( $m_e$ )	$\Delta \chi^2$	$\chi_m^2$	$v$	$P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$
I	$948 \pm 27$	0,70	$1115 \pm 85$	963	3,2	13,7	14	0,47
II	$942 \pm 28$	0,98	$1300 \pm 174$	953	4,1	13,1	21	0,90
III	$908 \pm 17$	0,98	$1240 \pm 90$	919	12,7	23,8	24	0,47
IV	$952 \pm 49$	0,98	$895 \pm 190$	—	—	—	—	—
I + II + III + IV	$926 \pm 13$	0,99	$1172 \pm 56$	936	17,8	29,4	28	0,39

Le problème qui se pose est alors le suivant: la particule  $K_{14}$  a-t-elle la même masse que les mésons  $K$  étudiés précédemment, ou une masse significativement supérieure?

D'une part, on peut, ignorant le fait que le méson  $K_{14}$  se distingue des autres par son mode de désintégration l'ajouter au spectre des  $K$ , et étudier la modification ainsi apportée à la probabilité que ce spectre soit compatible avec une masse unique. La réponse est alors fournie par le tableau V qui indique les masses moyennes du spectre des  $K$  avec et sans le  $K_{14}$ , pour les 3 méthodes d'ionisation et l'ensemble des 4 méthodes et, dans chaque cas, la probabilité  $P(\chi^2 \geq \chi_m^2)$  d'obtenir des écarts supérieurs à ceux observés. Le spectre total est toujours compatible avec une masse unique pour I, II, III

et I+II+III+IV, mais on observe une chute sensible de la probabilité, surtout pour la méthode photométrique. On a également indiqué la contribution apportée au  $\chi^2_m$  par l'addition du seul  $K_{14}$ .

D'autre part, tenant compte du secondaire  $\mu$  de faible énergie, on peut affirmer a priori que le méson  $K_{14}$  n'appartient pas à la catégorie des autres  $K$ , et le comparer avec la moyenne directe de cette catégorie, soit  $\bar{M}_K = 926 \pm 13$  m. La probabilité que la valeur  $M_{14} = 1172$ , entachée de l'erreur  $\sigma_{14} = 56$ , appartienne à la distribution de moyenne  $\bar{M}_K = 926$  et d'écart type  $\sigma_K = 13,0$  est donnée par une loi de Gauss en prenant pour écart réduit :

$$\alpha_1 = \frac{M_{14} - M_K}{\sqrt{\sigma_{14}^2 + \sigma_K^2}},$$

$$\alpha_1 = 4,3 \quad \text{d'où} \quad P(\alpha \geq \alpha_1) = 2 \cdot 10^{-5}.$$

Remarquons que la masse moyenne du  $K_{14}$  serait supérieure et la probabilité encore plus faible, si l'on tenait compte seulement des trois méthodes d'ionisation.

En résumé, nous pouvons retenir les trois faits suivant concernant le  $K_{14}$ :

- 1) Le secondaire est un méson  $\mu$  de faible énergie ( $\approx 33$  MeV).
- 2) Si le spectre des masses des  $K$  donné plus haut correspond à une masse unique, la masse du  $K_{14}$  est très probablement supérieure à cette masse.
- 3) Ce méson  $K_{14}$  subit une interaction nucléaire.

Plusieurs exemples de mésons lourds donnant un secondaire  $\mu$  de faible énergie ont été observés dans différents laboratoires (<sup>7</sup>), mais nous n'aborderons pas ici la comparaison des estimations des masses de ces particules.

**2.5. Un exemple de méson lourd négatif.** — Nous avons observé un seul exemple de méson lourd négatif (fig. 2). Cette particule est émise dans une grosse étoile. Après avoir traversé 11 plaques sur 25 350  $\mu$ , elle donne en fin de parcours une petite étoile analogue aux étoiles- $\sigma$  produites par les  $\pi$  négatifs. Deux des branches sont probablement dues à des protons et mesurent respectivement 260 et 73  $\mu$ . La troisième, de 19  $\mu$ , très inclinée, est due sans doute à un fragment nucléaire. L'énergie visible de l'étoile est donc très faible.

Les estimations de la masse par les quatre méthodes sont données dans le Tableau I. On voit que la masse moyenne n'est pas incompatible avec celle du  $\tau$ .

(7) C. O'CEALLAIGH: *Phil. Mag.*, **42**, 1032 (1953); E. AMALDI, G. CORTINI et A. MANFREDINI: *Suppl. Nuovo Cimento*, **12**, 210 (1954); J. CRUSSARD, M. F. KAPLON, J. KLARMANN and J. NOON: *Phys. Rev.*, **95**, 584 (1954).

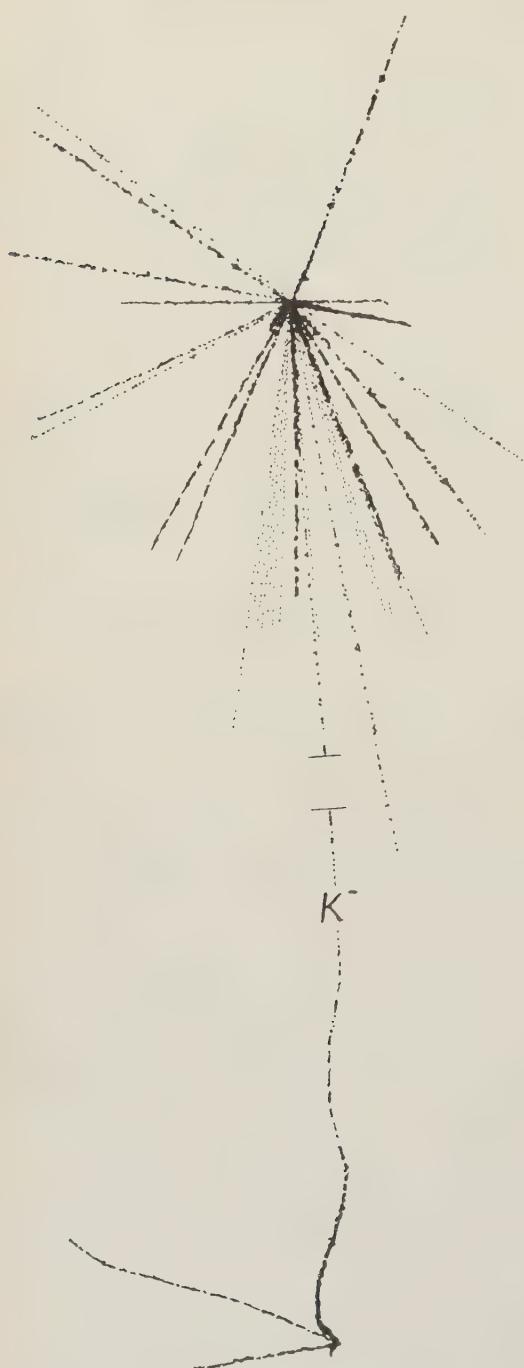


Fig. 2. Exemple de méson lourd négatif.

## 3. — Conclusions.

*A)* La valeur moyenne obtenue par pondération de toutes nos mesures est:  $926 \pm 13 \text{ m}_e$ . Nous avons été conduits à majorer cette erreur en introduisant une erreur supplémentaire tenant compte de biais éventuels et sommes arrivés à la valeur de:

$$926 \pm 25 \text{ m}_e,$$

la valeur moyenne étant conservée et l'erreur étant choisie pour que les quatre valeurs moyennes individuelles soient compatibles entre elles.

*B)* Laissons maintenant de côté la moyenne et voyons ce que l'on peut déduire de la forme des spectres individuels. Bien que ceux-ci soient toujours compatibles avec une masse unique, cherchons dans quelles conditions ils pourraient s'accorder avec un mélange de deux masses.

Un calcul statistique simple montre que si l'on substitue à une distribution normale unique d'écart type  $\sigma$ , la somme, en proportions  $p$  et  $1-p$ , de deux distributions normales possédant chacune  $\sigma$  pour écart type et ayant des valeurs moyennes distantes de  $k\sigma$ , la moyenne générale étant conservée, la quantité  $\sum_i (M_i - M)^2 / \sigma_i^2$  est modifiée. Au lieu d'être en moyenne égale à  $n-1$  ( $n$  étant le nombre de

mesures), elle devient  $n - 1 - np(1 - p)k^2$ . On peut calculer, dans le cas du mélange éventuel, la probabilité pour que le  $\chi_m^2$  ne dépasse pas la valeur  $n - 1$ .

Ces probabilités sont données dans le Tableau VI pour  $n = 20$  et pour deux valeurs de  $p$ ,  $p = \frac{1}{2}$  et  $p = \frac{1}{4}$ .

TABLEAU VI. — Probabilité de  $P(\chi^2 \leq 19)$ , pour  $n=20$ .

$M=k\sigma$	$0,5\sigma$	$1\sigma$	$1,5\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
$p = 1/2$	0,70	0,515	0,215	0,065	0,001
$p = 1/4$	0,885	0,695	0,320	0,130	0,009

Appliquons ce mode de calcul aux mesures obtenues par la méthode photométrique dont le spectre présente la dispersion la plus faible et l'erreur de mesure la plus constante. Il y a 20 mesures précises (erreur associée à chacune d'elles:  $\pm 80 \text{ m}_e$ ), et leur dispersion correspond à un écart type de  $55 \text{ m}_e$ . En prenant  $\sigma = 55 \text{ m}_e$ , on voit d'après le tableau VI qu'un mélange de deux masses en quantités égales distantes de  $110 \text{ m}_e$  ou un mélange  $\frac{1}{4} \div \frac{3}{4}$  avec un écart de  $140 \text{ m}_e$  sont pratiquement exclus. Il faut cependant remarquer que les valeurs du Tableau VI sont obtenues en supposant  $\sigma$  parfaitement connu alors qu'il n'est calculé qu'à partir de 20 mesures.

Les autres méthodes (particulièrement I et II) donnent des indications dans le même sens quoique moins définies.

C) D'autre part, on peut combiner la probabilité de l'écart entre les deux masses possibles avec celle de la moyenne, en admettant que celle-ci est distribuée normalement autour de la valeur 926 avec un écart type  $25 \text{ m}_e$ , et en déduire la probabilité de la masse la plus lourde en fonction de  $p$ .

On voit alors que l'existence d'une masse  $1030 \text{ m}_e$  en proportion moitié-moitié est pratiquement exclue et que celle d'un mélange d'un quart seulement de masse  $1030 \text{ m}_e$  est peu probable.

\*\*\*

Nous remercions Monsieur J. CRUSSARD pour les intéressantes suggestions qu'il nous a données au cours de la rédaction de cette publication.

Les auteurs sont spécialement reconnaissants vis-à-vis de Mesdames J. C. COURTOIS et J. J. SEROPIAN et de Mesdemoiselles M. M. RANÇON, N. TONICHON, F. et M. CLAVEL, J. MERRENS, A. M. HUC et M. BOURDILLON. Elles ont examiné attentivement les émulsions contenant les mésons lourds faisant l'objet de cette publication. Certaines d'entre elles, en outre, ont contribué aux mesures.

C'est grâce aux subventions du Centre National de la Recherche Scientifique que ce travail a pu être exécuté. Nous lui exprimons nos remerciements.

# Étude de mésons lourds à l'arrêt dans les émulsions photographiques.

## DEUXIÈME PARTIE

### I.

#### Méthode d'estimation de masse par densité de grains-parcours restant.

T. F. HOANG

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris*

(ricevuto il 13 Gennaio 1955)

SOMMAIRE. — 1. Introduction. — 2. Conventions de comptage. — 3. Test d'uniformité des émulsions. — 4. Comptage de grains sur les  $\pi$ . — 5. Détermination de l'ionisation. — 6. Estimation de masse par comptage de grains. — 7. Test de la méthode par les mésons  $\pi$ . — 8. Mesures de masses des mésons lourds.

### 1. — Introduction.

L'objet du présent travail est de décrire une méthode de mesure de masse par comptage de grains, lorsque l'on dispose de grands parcours restant. Nous avons utilisé les émulsions Ilford G5 de la série 22 du vol international de Sardaigne 1953. Cette série d'émulsions se prête particulièrement bien à une telle étude, puisque le développement a été peu poussé donnant pour ionisation au plateau 18,6 grains par 100  $\mu$ , ce qui rend possible le comptage de grains jusqu'à l'ionisation d'environ cinq fois le minimum.

Nous avons d'abord examiné l'uniformité de développement des différentes émulsions; puis au moyen de 20 mésons- $\pi$  de grand parcours, nous avons étalonné la courbe d'ionisation donnant la densité de grains en fonction de la vitesse  $\beta$  de la particule. Le résultat montre qu'il y a proportionnalité entre la densité de grains et la perte d'énergie calculée d'après la formule théorique de Bethe-Bloch pour  $\beta$  compris entre 0,39 et 0,71.

Pour déterminer la masse d'une particule nous utiliserons une méthode

d'estimation statistique. La méthode peut être appliquée à la mesure de masses des mésons lourds, si, toutefois, l'on dispose d'un parcours suffisamment long pour que l'on puisse effectuer un comptage de grains précis. Nous donnerons les résultats de mesures faites sur une vingtaine de mésons lourds observés dans la présente série d'émulsions.

## 2. - Conventions de comptage.

Le comptage de grains étant une opération subjective, les résultats de mesures peuvent être entachés d'importantes erreurs<sup>(1)</sup>. Les causes d'erreurs sont multiples, la plus importante provient d'une part des difficultés pour discerner les grains lorsqu'ils sont trop proches et forment un paquet et d'autre part des difficultés pour distinguer les grains de fond de ceux faisant réellement partie de la trace. Pour réduire cette cause d'erreur il y a intérêt à choisir un système optique ayant une ouverture numérique aussi grande que possible. Nous avons utilisé l'objectif Leitz K S 100 (N.A.=1,32) et l'oculaire Kellner 11× muni d'un micromètre dont chaque division vaut  $\sim \frac{1}{2} \mu$ .

Pour augmenter le pouvoir de résolution du microscope dans le cas où nous avons un doute pour discriminer deux grains collés ensemble, nous déréglossons légèrement l'éclairage en agissant sur le diaphragme du condenseur afin d'observer l'image de diffraction des grains. Nous convenons de compter deux, chaque fois que l'image diffractée a une longueur supérieure au diamètre moyen d'un grain, tout en présentant un étranglement (forme de cocon).

Dans le cas où plusieurs grains s'agglomèrent entre eux, nous estimons le nombre de grains en divisant la longueur de l'amas lue sur le micromètre oculaire par le diamètre moyen d'un grain. Cette estimation étant assez grossière, nous nous efforçons de l'éviter autant que possible, l'expérience montre d'ailleurs qu'elle ne se présente pratiquement pas tant que le nombre de grains à compter ne dépasse pas 80 par 100  $\mu$ . Ceci correspond dans le cas des mésons- $\pi$  à un parcours supérieur à 2400  $\mu$ .

Quant au choix de la cellule de comptage, notons qu'il est préférable de prendre des cellules inégales ( $R - \Delta R_1$ ,  $R + \Delta R_2$ ) telles qu'il y ait autant de grains dans  $\Delta R_1$  que dans  $\Delta R_2$ . Les dimensions de  $\Delta R_1$  et  $\Delta R_2$  peuvent être déterminées à partir de la relation empirique liant l'énergie  $E$  au parcours restant  $R$ . Si nous écrivons  $E/M = a(R/M)^b$  où  $M$  est la masse de la particule,  $a$  et  $b$  deux constantes, notre condition de choix de cellule exige que:

$$R^b = \frac{1}{2}\{(R - \Delta R_1)^b + (R + \Delta R_2)^b\}.$$

---

<sup>(1)</sup> Pour les discussions générales sur le comptage de grains, nous nous contenterons de référer à l'article de VOYVODIC: *Progress in Cosmic Ray Physics*, 2, 240 (Amsterdam, 1953).

En général  $\Delta R_1$  et  $\Delta R_2$  sont petits vis-à-vis de  $R$ , nous pouvons donc écrire:

$$\Delta R_1 = \frac{\Delta R}{2} \left\{ 1 - \frac{(1-b)\Delta R}{2R} \right\}, \quad \Delta R_2 = \frac{\Delta R}{2} \left\{ 1 + \frac{(1-b)\Delta R}{2R} \right\}$$

où  $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2$  est la longueur de la cellule de comptage. D'après ces expressions nous voyons que le rapport  $\Delta R_1/\Delta R_2$  diffère d'autant plus de l'unité que  $\Delta R/R$  est grand.

Nous avons choisi des cellules contenant environ 1000 grains, afin que les erreurs dues aux fluctuations statistiques ne dépassent pas 3%.

Avec ces conventions, nous avons constaté qu'il est possible d'effectuer fidèlement les comptages de grains. En effet, en répétant les comptages, nous avons trouvé qu'ils ne différaient entre eux que de quelques millièmes, ce qui est négligeable vis-à-vis des autres causes d'erreurs.

### 3. – Test d'uniformité des émulsions.

Nous avons commencé par examiner s'il y a des variations de granulation dans les différentes couches d'une émulsion. Pour cela, nous avons effectué des comptages le long de deux traces parallèles très proches, ayant 7,3 mm par émulsion.

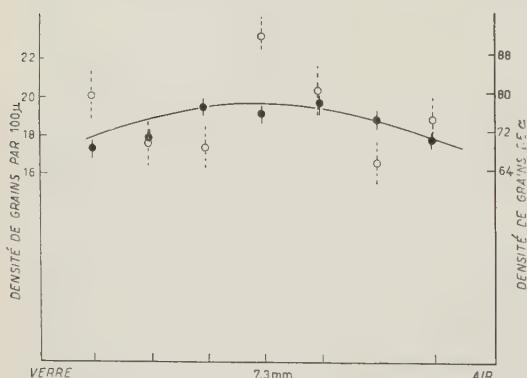


Fig. 1. – Variation de densité de grains avec la profondeur. Comptages faits avec deux traces parallèles distantes de  $8 \mu$ , dont l'une est de charge unité (points  $\circ$ ) et l'autre particule- $\alpha$  (points  $\bullet$ ) d'énergie 400 GeV/nucléon.

dants de la particule- $\alpha$ . Nous voyons que le développement au milieu de l'émulsion est plus fort que celui aux surfaces extrêmes, et que, à cause des grains de fond, les fluctuations sont plus importantes pour la trace au minimum d'ionisation.

La fig. 1 montre les résultats dans l'émulsion n. 15. L'abscisse est graduée en unités arbitraires de profondeur tandis que les échelles des deux axes verticaux donnent directement les densités de grains des deux traces. La courbe représente la parabole la mieux adaptée aux sept points  $\circ$  relatifs à la trace au minimum et aux sept points  $\bullet$  correspondants.

Afin de vérifier l'uniformité des émulsions de la présente série, nous avons ensuite comparé les densités de grains de particules- $\alpha$  dans différentes émulsions. Les deux traces choisies pour ce test ont une inclinaison, (corrigée de la contraction de la gélatine), inférieure à 10% et une énergie estimée, d'après les effets nucléaires produits, à plus de 200 GeV par nucléon. Le comptage de grains sur chaque tronçon a été effectué au milieu de l'émulsion sur une longueur de 1508  $\mu$  (26 cellules de 58  $\mu$ ).

A titre d'indication, nous avons résumé dans le Tableau I les résultats obtenus pour 20 émulsions. La seconde colonne contient les nombres de grains

TABLEAU I. — *Densités de Grains des Particules- $\alpha$  Primaires.*  
(Cellule de comptage 1508  $\mu$ ).

Emulsion N. <sup>o</sup>	N. <sup>o</sup> de grains dans 1508 $\mu$	$\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{th}}$	Densité de grains par 100 $\mu$	$\bar{g}/g$
9	1 091	1,01	72,4	1,03
10	1 091	0,78	72,4	1,03
11	1 212	0,77	80,4	0,93
12	1 095	0,68	72,6	1,03
13	1 108	0,96	73,5	1,01
14	1 083	0,90	71,8	1,04
15	1 124	0,93	74,5	1,00
16	1 158	1,02	76,8	0,97
17	1 139	0,88	75,5	0,99
18	1 210	0,77	80,3	0,93
19	1 099	0,91	72,8	1,02
20	1 095	0,83	72,6	1,03
21	1 121	0,93	74,3	1,00
22	1 132	0,83	75,1	0,99
23	1 100	0,52	72,9	1,02
24	1 076	0,78	71,4	1,04
25	1 159	0,81	76,9	0,97
26	1 064	0,64	70,6	1,05
27	1 138	0,86	75,5	0,99
28	1 141	1,07	75,7	0,98

et, la troisième le rapport de l'écart type expérimental à l'écart type théorique selon une loi de Poisson. Nous voyons que dans les limites des fluctuations statistiques le rapport  $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{th}}$  est inférieur à l'unité, la moyenne pour les 20 valeurs étant de 0,84 en bon accord avec ce qu'ont observé les autres auteurs (<sup>2,3</sup>).

La densité de grains  $g$  mesurée dans chaque émulsion est donnée dans la

(<sup>2</sup>) P. E. HODGSON: *Journ. Appl. Phys.*, **3**, 11 (1952).

(<sup>3</sup>) L. JAUNEAU et F. HUG-BOUSSER: *Journ. Phys. et Rad.*, **13**, 465 (1952).

colonne 4. La moyenne des 20 mesures est

$$g = 74,38 \pm 2,56,$$

l'erreur indiquée étant l'écart type par rapport à la moyenne. Dans la dernière colonne nous avons noté le rapport  $\bar{g}/g$  qui donne l'ordre de grandeur de la correction à faire pour tenir compte des variations éventuelles de développement des différentes émulsions.

#### 4. — Comptage de grains sur les $\pi$ .

Pour étalonner la courbe d'ionisation nous avons mesuré les densités de grains de 20 mésons- $\pi$  de grand parcours. Ces mésons ont été choisis de telle sorte que le long de leur parcours ils ne subissent pas de scattering anormal et que leur inclinaison, exception faite des quatre derniers cas, soit inférieure à 10% avant contraction de la gélatine. Le comptage de grains a été effectué sur les portions de traces se situant au milieu de chaque émulsion. Pour examiner l'influence de l'inclinaison sur le comptage, nous avons, parmi les 20  $\pi$  étudiées, choisi quatre cas (n. 17-20) ayant une inclinaison d'environ 20%.

Les mesures montrent qu'il n'y a pas d'écart systématiques entre les densités de grains des traces d'inclinaison inférieure à 10% et celles de 20%. Aussi, semble-t-il que le comptage de grains effectué selon les conventions spécifiées plus haut ne soit pas influencé d'une manière sensible par l'inclinaison de la trace si celle-ci toutefois ne dépasse pas 20% et que le nombre de grains à compter reste inférieur à 80 par 100  $\mu$ .

TABLEAU II. — *Comptage de grains de 20 mésons- $\pi$ .*

Parcours $R$ en $\mu$	Cellule de comptage		Valeur moyenne de densité de grains (par 100 $\mu$ )	Ecart type (par rapport à la moyenne)
	$R - \Delta R_1$	$R + \Delta R_2$		
3 130 $\mu$	2 430 $\mu$	3 930 $\mu$	74,9	3,0
5 340	3 930	6 980	61,0	2,2
10 110	8 700	11 700	46,2	2,1
15 000	13 640	16 640	39,5	2,2
20 000	18 600	21 600	35,1	1,2
30 000	28 110	32 110	29,6	1,8
40 000	38 000	42 000	27,5	2,9
50 000	48 000	52 000	25,9	1,6

Les schèmes de cellules de comptage utilisés pour ces  $\pi$  sont résumés dans les trois premières colonnes du Tableau II. Les valeurs moyennes des densités

de grains et leurs écarts types expérimentaux sont respectivement indiqués dans les colonnes 4 et 5.

Il est à noter que chacune des valeurs moyennes a été déterminée au moyen d'un grand nombre de grains, dépassant 20 mille pour les quatre premiers comptages correspondant à  $R=3\,130$ ,  $5\,340$ ,  $10\,110$ , et  $15\,000 \mu$ . Ainsi, l'écart type théorique est petit. Cependant, à cause du défaut d'uniformité des émulsions, l'écart type expérimental est beaucoup plus grand. Quoiqu'il en soit nous voyons que l'erreur relative des comptages est, dans l'ensemble, inférieure à 6%.

## 5. – Détermination de l'ionisation.

Nous allons maintenant comparer la densité de grains avec la perte d'énergie que donne la formule de Bethe-Bloch. Pour cela, il faut d'abord exprimer la densité de grains obtenue au moyen des  $\pi$  en fonction de leur vitesse  $\beta$ , valeur que nous pouvons déduire d'après le parcours restant  $R$  en utilisant la relation empirique:

$$E/M = a(R/M)^b,$$

où les coefficients  $a$  et  $b$  ont pour valeurs, selon VIGNERON <sup>(4)</sup>:

$$a = 0,0146, \quad b = 0,568,$$

si on exprime l'énergie cinétique  $E$  et la masse  $M$  en MeV, et le parcours  $R$  en microns.

Cette relation a été bien vérifiée pour les protons d'énergie jusqu'à 100 MeV. Et de récentes mesures avec des protons de 342 MeV à Berkeley <sup>(5)</sup> montrent qu'elle est encore exacte à quelques pour cent près pour  $\beta$  allant jusqu'à 0,7. Enfin, notons que dans le domaine de  $\beta$  qui nous concerne ici, l'erreur possible sur  $\beta$  due à l'incertitude sur l'exposant  $b$  de la relation parcours-énergie est tout-à-fait négligeable puisqu'elle ne porte que sur la troisième décimale de la valeur  $\beta$ .

Les valeurs de densités de grains en fonction de  $\beta$  ainsi obtenues sont représentées sur la fig. 2. Sur la même figure nous avons tracé, après ajustement, la courbe de perte d'énergie  $dE/dR$  de Bethe-Bloch calculée par TREMBLEY <sup>(6)</sup> pour le bromure d'argent. Nous voyons que les points expérimentaux s'alignent

<sup>(4)</sup> L. VIGNERON: *Journ. Phys. et Rad.*, **14**, 415 (1953).

<sup>(5)</sup> O. HEINZ: *Unclassified Physics Distributions*, CRL- 458 Radiation Laboratory, Berkeley.

<sup>(6)</sup> J. TREMBLEY: *Thèse* (Paris, 1953).

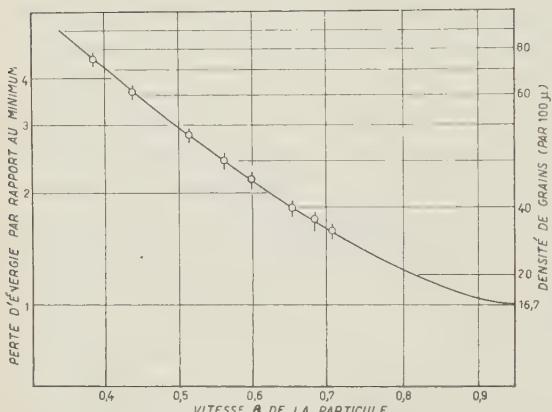


Fig. 2. — Ionisation en fonction de la vitesse  $\beta$ . Les points représentent les densités de grains des  $\pi$ . La courbe est tracée d'après la formule de Bethe-Bloch et est ajustée sur les points expérimentaux.

l'ordre de 3-6 % et d'autre part, de la précision de la courbe Bethe-Bloch, celui-ci se faisant à environ 0,2 grains/100  $\mu$  près. Moyennant quoi, nous obtenons pour le minimum d'ionisation de la présente série d'émulsions :

$$g_{\min} = 16,7 \pm 1,1 \text{ grains}/100 \mu .$$

Comparons cette ionisation avec celle du plateau que nous déduisons des comptages de grains des deux particules- $\alpha$  primaires servant à tester l'uniformité des émulsions (§ 3). L'utilisation de particules- $\alpha$  primaires pour mesurer l'ionisation du plateau présente l'avantage de réduire, à égal nombre de grains, l'erreur due aux grains de fond. Rappelons que les énergies de ces particules sont toutes supérieures à 200 GeV/nucléon. En groupant les comptages des 20 tronçons (voir tableau I) nous trouvons pour densité moyenne :  $74,38 \pm 2,57$  grains/100  $\mu$ , ce qui donne pour ionisation du plateau :

$$g_{pl} = 18,59 \pm 0,64 \text{ grains}/100 \mu ,$$

d'où :

$$\frac{g_{pl}}{g_{\min}} = 1,11 \pm 0,08 .$$

Cette valeur est en bon accord avec les résultats de SHAPIRO *et al.* (7) et FLEMING *et al.* (8).

(7) B. STILLER et M. SHAPIRO: *Phys. Rev.*, **92**, 735 (1953).

(8) J. FLEMING et J. LORD: *Phys. Rev.*, **92**, 511 (1953).

parfaitement bien sur la courbe théorique de la perte d'énergie, ce qui montre qu'il y a proportionnalité entre la valeur moyenne de densité de grains et la perte d'énergie pour  $\beta$  compris entre 0,39 et 0,71.

En prolongeant la courbe de Bethe-Bloch jusqu'à  $\beta = 0,95$  nous atteignons le minimum d'ionisation, la valeur correspondante de densité de grains, lire sur le graphique, est de 16,7 grains/100  $\mu$ . L'incertitude sur cette valeur dépend d'une part des erreurs individuelles sur chaque comptage de grains qui sont de

l'ordre de 3-6 % et d'autre part, de la précision d'ajustement de la courbe

Bethe-Bloch, celui-ci se faisant à environ 0,2 grains/100  $\mu$  près. Moyennant

quoi, nous obtenons pour le minimum d'ionisation de la présente série d'é-

mulsions :

Nous allons maintenant expliciter la relation liant la densité de grains  $g$  à la perte d'énergie  $dE/dR$  (en MeV/g cm<sup>-2</sup>) déduite de la relation parcours-énergie, mentionnée plus haut. Pour ce faire, nous avons porté sur la fig. 3 les points représentatifs de  $g$  en fonction de  $dE/dR$ . Et, au moyen de la méthode des moindres carrés, nous avons déterminé la droite la mieux adaptée:

$$g = \lambda dE/dR + \mu,$$

les paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  ont pour valeurs:

$$\lambda = 12,90 \pm 0,02,$$

$$\mu = 3,44 \pm 0,16.$$

Afin de savoir si cette relation reste encore valable quand l'ionisation est supérieure à 4 fois celle

du plateau, nous avons marqué sur la même figure le point  $\oplus$  correspondant au comptage effectué à  $R = 15\ 000 \mu$  pour des protons de la même série d'émulsions. Il est à noter qu'à cause des difficultés de comptage, la valeur moyenne trouvée dans ce cas:  $89,5 \pm 5,7$  grains/100  $\mu$  est sujette à des erreurs plus grandes que dans le cas des  $\pi$ . Néanmoins on voit que, dans les limites des erreurs expérimentales, le point relatif au proton reste aligné sur la droite déduite des  $\pi$ . Ceci nous permet d'extrapoler la relation ainsi trouvée liant  $g$  et  $dE/dR$  jusqu'à l'ionisation d'environ 5 fois celle du plateau, après quoi la courbe s'incurve et atteint la saturation.

## 6. — Estimation de masse par comptage de grains.

Supposons que l'on effectue le long d'une trace de charge unité des comptages de grains  $g_1, g_2, \dots, g_i, \dots$  aux parcours restants  $R_1, R_2, \dots, R_i, \dots$ . Nous nous proposons d'estimer à partir de ces mesures la masse  $M$  de la particule.

Nous supposons essentiellement que les comptages  $g_i$  ont été effectués selon les conventions spécifiées plus haut (§ 2) et qu'il sont corrigés de la non-uniformité des émulsions (§ 3). En appliquant la relation de proportionnalité liant la densité de grains à la perte d'énergie  $dE/dR = ab(M/R)^{1/2}$  établie d'après l'étalonnage des  $\pi$ , nous pouvons déduire de chaque valeur  $g_i$

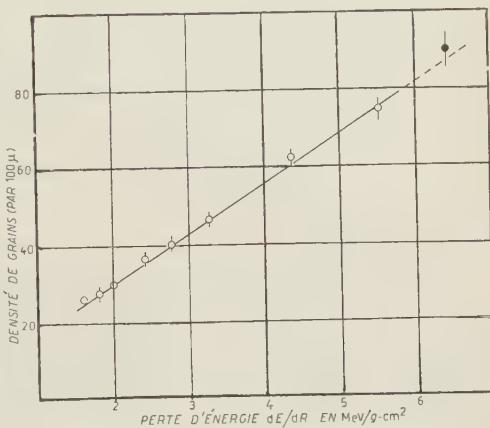


Fig. 3. — Densité de grains  $g = dn/dR$  en fonction de la perte d'énergie  $dE/dR$ .

une valeur de masse  $M_i$  donnée par:

$$M_i^{1-b} = \frac{1}{ab\lambda} (g_i - \mu) R_i^{1-b}$$

où les coefficients ont pour valeurs:  $b = 0,568$

$$ab\lambda = 274,3$$

$$\mu = 3,44 .$$

Les parcours  $R_i$  sont exprimés en microns,  $g_i$  en nombre de grains par 100  $\mu$  et  $M_i$  en MeV.

Remarquons qu'en pratique la quantité  $\mu$  est petite vis-à-vis de  $g_i$ . Quant à l'erreur sur le comptage, nous ajoutons l'erreur statistique et une erreur due à l'incertitude sur la correction effectuée pour tenir compte de la non uniformité des émulsions, erreur de l'ordre de 3 %. Si donc  $n_i$  désigne le nombre de grains comptés, l'erreur relative sur  $g_i$  est:

$$\frac{\sigma(g_i)}{g_i} = \frac{0,84}{\sqrt{n_i}} + 3 \% .$$

De là nous déduisons l'erreur  $\sigma_i$  sur la quantité  $M_i^{1-b}$ :

$$\sigma_i = \sigma(M_i^{1-b}) = \frac{1}{ab\lambda} R_i^{1-b} \sigma(g_i) .$$

Si, à l'aide des inverses des variances  $1/\sigma_i^2$  nous calculons la moyenne pondérée des valeurs  $M_i^{1-b}$ , variables gaussiennes de la mesure, nous pouvons en déduire la masse  $M$  de la particule. En introduisant les poids statistiques:

$$\varrho_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum 1/\sigma_i^2}$$

la masse  $M$  est donnée par:

$$M^{1-b} = \sum \varrho_i M_i^{1-b}$$

et l'erreur  $\sigma$  sur  $M^{1-b}$  par:

$$1/\sigma^2 = \sum 1/\sigma_i^2 .$$

Remarquons que l'erreur résultant sur la masse  $M$  n'est pas symétrique, mais on peut montrer (\*) que l'asymétrie est ici négligeable, nous n'en tenons pas compte dans ce qui suit.

(\*) T. F. HOANG, L. JAUNEAU, J. JOUVIN, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LECOURTOIS et J. TREMBLEY: *Résultats Expérimentaux sur les masses des mésons primaires*, ce fascicule, pag. 172.

Pour une trace de longueur donnée la précision avec laquelle la masse  $M$  est estimée dépend essentiellement du choix des cellules de comptage, il importe d'en faire un choix judicieux afin de rendre l'erreur aussi petite que possible tout en tenant compte des conditions géométriques de la trace. Remarquons qu'à ce propos, dans l'expression de l'erreur  $\sigma(g_i)/g_i$ , c'est en général le second terme qui l'emporte: avec  $n_i = 1000$  grains,  $\sigma(g_i)/g_i$  est de l'ordre de 5,6% et, on ne gagnerait pas davantage de précision sur  $g_i$  en augmentant  $n_i$ . En conséquence la meilleure façon de procéder semble utiliser autant de cellules de comptage que possible en partageant la trace en tronçons contenant chacun environ 1000 grains.

### 7. — Test de la méthode par les mésions $\pi$ .

Nous allons d'abord appliquer la méthode à la mesure de masse de 20 mésions- $\pi$  que nous avons utilisés pour l'étalonnage de la courbe de l'ionisation. Les masses individuelles ainsi trouvées sont résumées dans le Tableau III.

Si, au moyen des inverses de variances, nous faisons la pondération sur les valeurs de  $M^{1-b}$ , nous trouvons comme masse moyenne de  $\pi$  la valeur

TABLEAU III.

$\pi$ n. <sup>o</sup>	Masse estimée en m <sub>e</sub>	Erreur	Écart par rapport à 273
1	264	+ 19	- 9
2	295	+ 19	+ 22
3	294	+ 20	+ 21
4	253	+ 12	- 20
5	265	+ 16	+ 8
6	249	+ 15	- 24
7	264	+ 20	- 9
8	256	+ 15	- 17
9	276	+ 20	+ 3
10	299	+ 20	+ 26
11	268	+ 18	- 5
12	283	+ 19	- 10
13	300	+ 20	+ 27
14	297	+ 22	+ 24
15	293	+ 18	+ 20
16	262	+ 18	- 11
17	282	+ 16	- 9
18	268	+ 22	- 5
19	260	+ 17	- 13
20	239	+ 17	- 34

suivante:

$$M_\pi = 272,0 \pm 3,7 \text{ m}_e.$$

Rappelons que la masse prise pour l'étalonnage est de 273 m<sub>e</sub>. Et, ceci justifie le tracé de la courbe Bethe-Bloch (fig. 3).

La fig. 4 donne l'histogramme de la distribution des masses mesurées. L'écart type de la dispersion par rapport à la moyenne 272 est de 18,5. Le test de cohérence interne donne, d'autre part, la même valeur 18,5 comme écart type de la dispersion par rapport à la masse étalon 273, ce qui donne comme précision de mesure 6,5%. Remarquons enfin que l'écart type sur la moyenne  $18,5/\sqrt{20} = 4,1 \text{ m}_e$  est ici tout à fait comparable à la valeur  $3,7 \text{ m}_e$  que nous avons trouvée par la pondération avec les inverses des variances.

Pour examiner s'il n'y a pas d'erreurs systématiques de mesure de masse en faisant les comptages sur des parcours plus faibles, nous avons évalué séparément les moyennes pondérées des masses en nous limitant successivement aux mesures faites aux parcours  $R = 3130 \mu$ ,  $5340 \mu$ , et  $10110 \mu$ . Les masses ainsi trouvées sont respectivement égales à:  $273,9 \pm 5,9 \text{ m}_e$ ,  $278,6 \pm 5,5 \text{ m}_e$  et  $272,3 \pm 6,7 \text{ m}_e$  qui dans les limites statistiques, sont en parfait accord avec la valeur précédente obtenue avec l'ensemble des mesures.

## 8. — Mesures de masses des mésons lourds.

Avec la méthode de comptage de grains que nous venons d'exposer nous avons mesuré les masses de 19 mésons lourds s'arrêtant dans l'émulsion. L'erreur totale  $\sigma_{\text{tot}}$  sur chaque masse  $M$  comprend d'une part l'erreur de mesure  $\sigma_{\text{mes}}$  que l'on obtient en prenant l'erreur symétrique sur  $M$  d'après ce qui a été exposé plus haut (§ 6) et d'autre part celle provenant de l'étalonnage des  $\pi$ , soit  $\sim 6\%$ :

$$\sigma_{\text{tot}}^2 = \sigma_{\text{mes}}^2 + \left( \frac{6}{100} M \right)^2.$$

Chacune de ces particules, exception faite du  $\tau'$  qui n'a que 7 mm, a un parcours supérieur à 8 mm, ce qui nous permet de faire des comptages de grains dans des conditions tout-à-fait comparables aux cas des mésons- $\pi$  d'étalonnage. Nous n'entrerons pas dans les détails de description de ces mésons lourds, ceci a fait l'objet d'un article antérieur (\*). Nous nous contenterons seulement

(\*) T. F. HOANG, L. JAUNEAU, J. JOUVIN, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LE COURTOIS et J. TREMBLEY: *Résultats Expérimentaux sur les masses des mésons primaires*, ce fascicule, pag. 172.

d'indiquer dans le tableau suivant les résultats de mesures. Rappelons que le nom « méson-K », sans spécification, désigne, ici, tout méson lourd qui s'arrête et donne naissance à une particule dont l'ionisation est voisine du minimum (à 5 % près).

Si nous supposons que les mésons-K sont tous de même nature, nous trouvons comme masse moyenne pondérée:  $948 \pm 27 \text{ m}_e$ , l'écart type de la dispersion étant égal à  $95 \text{ m}_e$ , soit 10 % ce qui ne diffère pas d'une manière significative de l'erreur de dispersion des  $\pi$ .

Enfin, il faut noter que la plupart des mesures effectuées pour ces mésons lourds correspondent à des densités de grains d'environ 80/100  $\mu$ , c'est déjà à la limite de la relation linéaire liant  $dn/dR$  et  $dE/dR$  (fig. 3) que nous avons établie au moyen des  $\pi$ . Il n'est donc pas impossible que nos mesures de masses des mésons-K soient affectées d'une erreur systématique laquelle est toutefois assez faible d'après les masses des  $\tau$  mesurées par la même méthode. (Voir Tableau IV)

TABLEAU IV. — *Masses des mésons lourds.*

Particule	Nature	Longueur en $\mu$	Masse estimée en $m_e$
$\tau_1$	$\tau \rightarrow 3\pi$	39 000	$973 \pm 64$
$\tau_2$	$\tau \rightarrow 3\pi$	10 050	$945 \pm 63$
$\tau'$	$\tau \rightarrow \pi^+ + \pi_0 + \pi^-$	7 000	$920 \pm 130$
$K^-$	Capture nucléaire	22 000	$1065 \pm 68$
$K_{14}$	$K \rightarrow \mu \rightarrow e$	9 630	$1115 \pm 85$
$K_7$	Secondaire voisin du minimum	20 000	$892 \pm 84$
$K_8$	»	9 500	$810 \pm 138$
$K_{10}$	»	8 700	$976 \pm 134$
$K_{12}$	»	37 400	$1078 \pm 120$
$K_{13}$	»	19 250	$870 \pm 87$
$K_{16}$	»	27 800	$954 \pm 90$
$K_{17}$	»	14 000	$1060 \pm 145$
$K_{18}$	»	10 300	$933 \pm 150$
$K_{21}$	»	14 000	$830 \pm 80$
$K_{23}$	»	29 500	$895 \pm 90$
$K_{24}$	»	18 400	$960 \pm 100$
$K_{25}$	»	36 800	$982 \pm 90$
$K_{26}$	»	41 200	$1070 \pm 90$
$K_{27}$	»	28 300	$1060 \pm 90$

## 9. — Remarques sur la méthode du maximum de vraisemblance.

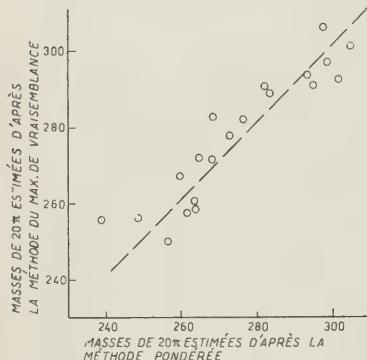


Fig. 4. — Distribution des masses des  $\pi$  d'étalementage. La moyenne pondérée des 20 mesures donne  $m_\pi = 272,0 \pm 3,7$  m<sub>e</sub>; la masse étalon est de 273 m<sub>e</sub>.

immédiate, si nous admettons que les écarts  $g_i - (\lambda dE/dR_i + \mu)$  suivent une distribution gaussienne caractérisée par l'écart type  $\sigma$ . En effet, dans ces conditions, la probabilité d'observer l'écart  $g_i - (\lambda dE/dR_i + \mu)$  est alors régie par:

$$P(g_i) dg_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \exp \left[ -\frac{(g_i - (\lambda dE/dR_i + \mu))^2}{2\sigma^2} \right] dg_i$$

et la probabilité d'observer la complexion  $(g_1, g_2, \dots, g_i, \dots)$  est donnée par:

$$\mathcal{L} = \prod P(g_i) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} \exp \left[ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum \left\{ g_i - \left( \lambda \frac{dE}{dR_i} + \mu \right) \right\}^2 \right],$$

$n$  étant le nombre de mesures.

La condition du maximum de vraisemblance exige:

$$\frac{\partial \log \mathcal{L}}{\partial M} = 0,$$

ce qui donne:

$$M^{1-b} = \frac{1}{ab\lambda} \cdot \frac{\sum (g_i - \mu)/R_i^{1-b}}{\sum 1/R_i^{2(1-b)}}.$$

<sup>(9)</sup> T. F. HOANG: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 1790 (1954).

Nous venons d'exposer la méthode d'estimation de masse par comptage de grains utilisée au cours du présent travail; mais on peut aussi procéder autrement.

Dans une première tentative nous avons envisagé une méthode statistique pour estimer la masse d'une particule par comptage de grains en appliquant la méthode du maximum de vraisemblance <sup>(9)</sup> dont le principe est le suivant: nous regardons la masse  $M$  comme paramètre que nous ajustons de façon que les points expérimentaux de coordonnées  $dE/dR_i = ab(M/R_i)^{1-b}$ ,  $g_i$  s'alignent le mieux suivant la droite d'étalementage  $g = \lambda dE/dR + \mu$  des  $\pi$  (§ 5, fig. 4).

La solution du problème ainsi posé est

Nous avons vérifié que la valeur de  $M$  ainsi trouvée est tout-à-fait comparable à celle estimée d'après la méthode de pondération exposée plus haut (§ 6). A titre d'indication, nous avons porté sur la Fig. 5 les masses de  $20\pi$  d'étalonnage estimées indépendamment d'après ces deux méthodes. En rapprochant les points à la bissectrice nous voyons que, dans les limites des erreurs statistiques, les valeurs obtenues d'après les deux méthodes sont tout-à-fait comparables.

Toutefois, il faut noter que la méthode du maximum de vraisemblance a un grave inconvénient en ce qui concerne l'erreur de mesure. On sait que selon cette méthode la valeur asymptotique de l'erreur de l'estimation est donnée par :

$$\frac{1}{\sigma_{MV}} = \frac{ab(1-b)\lambda}{M^b} \sqrt{\sum \frac{1}{R_i^{2(1-b)}}}.$$

Or, pratiquement, vu le nombre très restreint de mesures dont on dispose pour une trace donnée, l'erreur de mesure est beaucoup plus grande que ne l'indique cette expression. Ainsi, dans le cas des  $\pi$ , l'erreur d'une mesure individuelle d'après la méthode du maximum de vraisemblance est de  $\sigma_{MV} \sim 6 \text{ m}_e$ , alors que l'écart moyen d'une mesure par rapport à la valeur étalon 273 est de  $15 \text{ m}_e$ , et cette valeur se rapproche de celle que l'on obtient par la méthode pondérée. Donc, en ce qui concerne le calcul des erreurs, il est préférable d'utiliser la méthode pondérée.

\*\*\*

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur LEPRINCE-RINGUET qui a bien voulu m'accorder un bienveillant accueil à son laboratoire et me prodiguer constamment de précieux conseils dans mon travail.

Je remercie Monsieur CRUSSARD, sous-directeur du Laboratoire et Madame JOUVIN pour des nombreuses et intéressantes discussions. Mes remerciements vont aussi à Madame TARIEL-MABBOUX qui a apporté une part importante dans le premier stade du présent travail.

Je remercie le Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, pour une allocation me permettant de poursuivre ce travail.

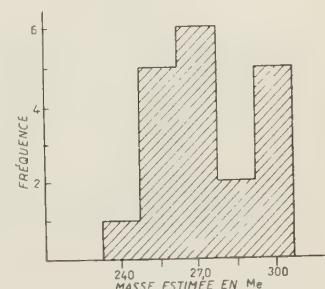


Fig. 5. — Comparaison des masses de  $20\pi$  mesurées par la méthode du maximum de vraisemblance et par la méthode pondérée.

## II.

**Méthode d'estimation des masses par énumération des lacunes.**

G. KAYAS

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris*

(ricevuto il 13 Gennaio 1955)

SOMMAIRE: 1. Introduction. — 2. Densité des lacunes: méthode de mesure. — 3. Densité des lacunes et perte d'énergie. — 4. Mesure des masses. — 5. Erreurs et discussions. — Annexe.

**1. — Introduction.**

Avec les émulsions nucléaires sensibles aux électrons rapides la mesure de la masse des particules ionisantes en fin de parcours par la méthode de « densité de grains-parcours restant » n'est possible que si l'on dispose de traces suffisamment longues pour que l'ionisation ne dépasse pas 3-5 fois le minimum sur la partie utilisée. En effet, il est bien connu que l'énumération des grains se heurte à de grandes difficultés à partir d'une perte spécifique d'énergie correspondant à un nombre d'environ 100 grains par  $100 \mu$ .

Par contre, le dénombrement des lacunes s'adapte bien à des traces ionisantes et permet l'application de la méthode « ionisation-parcours » à des trajectoires moins longues; pour les traces longues il fournit une mesure indépendante de celle basée sur le comptage de grains, mesure qui utilise une autre portion de la trace plus éloignée de la fin de parcours.

La méthode des lacunes préconisée par P. E. HODGSON<sup>(1)</sup> et M. RENARDIER *et al.*<sup>(2)</sup> consiste à mesurer les longueurs des intervalles lacunaires le long de

(<sup>1</sup>) P. E. HODGSON: *Phil. Mag.*, **41**, 725 (1950).

(<sup>2</sup>) M. RENARDIER, H. MOUCHARAFIEH, M. MORAND: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **231**, 848 (1950).

la trajectoire. Néanmoins, M. RENARDIER<sup>(3)</sup> et nous même<sup>(4)</sup> pensons que cette mesure n'est pas plus précise, que celle consistant dans la simple énumération des lacunes par unité de longueur; par contre, cette dernière présente le grand avantage d'être beaucoup plus rapide.

## 2. – Densité des lacunes; méthode de mesure.

Dans le présent travail nous avons adopté la définition suivante:

$$\frac{dG}{dR} = \text{densité des lacunes} = \text{nombre de lacunes par } 100 \mu;$$

une lacune est définie comme étant toute rupture de continuité de la trajectoire de la particule accessible à l'observateur avec le dispositif optique utilisé (objectif  $100\times$ , oculaire  $10\times$ , du type Spencer).

En particulier, nous ne faisons aucune distinction entre petites et grandes lacunes et nous n'effectuons d'autre coupure que celle obligatoire introduite par le microscope, pour des raisons données dans l'annexe. Cette dernière ne correspond d'ailleurs pas à la limite de résolution de l'instrument qui répond à une définition tout à fait différente.

La technique de mesure est alors la suivante: une fois la trajectoire orientée à l'aide de la platine tournante du microscope suivant l'un des axes de mouvement de la platine, on amène le point d'arrêt de la trace sur l'un des fils d'un réticule en croix dont l'autre fil est orienté suivant la direction de la trace. A l'aide d'un palmer poussant la platine, on déplace lentement la trace en comptant les lacunes au fur et à mesure qu'elles défilent devant le réticule. Chaque fois que la trace se trouve désorientée à cause du scattering on l'amène dans la direction primitive à l'aide de la platine tournante, ce qui rend minimum l'erreur sur le parcours, qui est totalisé sur le palmer.

## 3. – Densité des lacunes et perte d'énergie.

Afin de relier ces deux grandeurs, nous avons effectué des mesures des lacunes en fonction du parcours restant sur un grand nombre de particules de nature connue (mésons  $\mu$ , mésons  $\pi$ , protons, particules  $\alpha$ ), de faible inclinaison (inférieure à  $10^\circ$  dans l'émulsion non développée) et nous avons déterminé la densité des lacunes par  $100 \mu$ . La perte spécifique d'énergie est obtenue à partir de la courbe parcours-énergie<sup>(5)</sup>.

<sup>(3)</sup> M. RENARDIER et Y. AVIGNON: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **233**, 393 (1951).

<sup>(4)</sup> G. KAYAS: *Journ. Phys. et Rad.*, **15**, 34 (1954); *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 2153 (1954).

<sup>(5)</sup> H. FAY, K. GOTTSSTEIN et K. HAIN: *Suppl. Nuovo Cimento*, **11**, 234 (1954).

Les résultats de ces mesures pour une série particulière d'émulsions sont représentés sur la fig. 1. La courbe représentative s'écarte notablement de celle présentée par HODGSON (1) avec une définition différente de la densité des lacunes, il est vrai (longueur des lacunes au lieu du nombre).

Pour un autre développement la forme de cette courbe serait certainement différente, comme nous le verrons par la suite. D'ailleurs il ne sera pas fait appel à cette courbe pour ce qui suit.

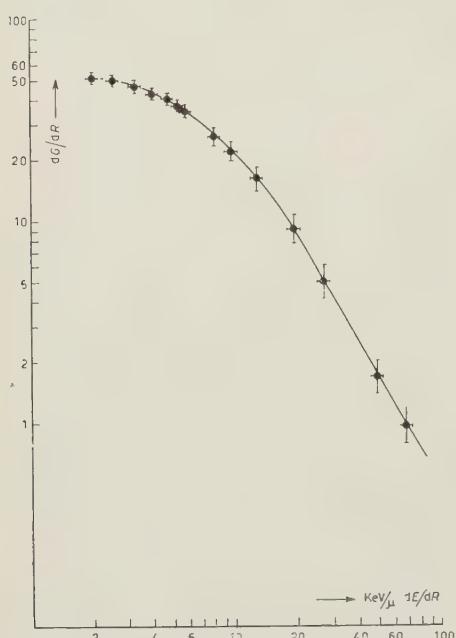


Fig. 1. — Variation de la densité de lacunes en fonction de la perte spécifique d'énergie.

#### 4. — Mesure des masses.

L'estimation de la masse d'une particule par la méthode des lacunes se fait exactement de la même manière que par la méthode d'énumération des grains, en utilisant le diagramme de Perkins, qui consiste à porter en coordonnées bilogarithmiques le nombre intégral des lacunes en fonction du parcours restant. On obtient ainsi pour les différentes valeurs de la masse (la charge étant supposée égale à 1) un ensemble de courbes qui se déduisent les unes des autres par translation parallèle à la droite de pente unité (\*) deux courbes correspondant aux masses  $M_1$

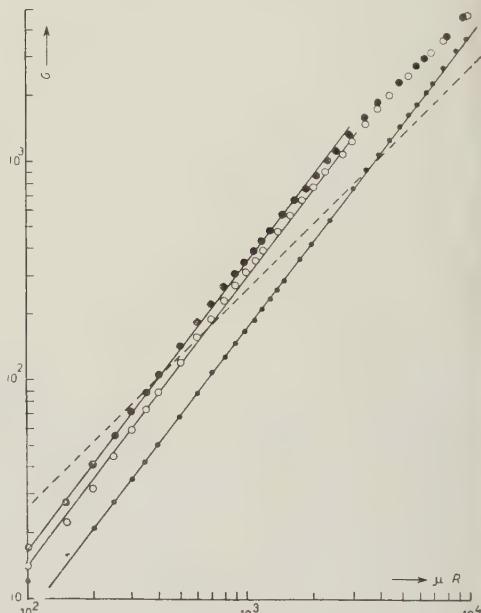


Fig. 2. — Variation du nombre intégral des lacunes en fonction du parcours restant pour trois particules différentes (moyenne sur 23 protons, 12 mésons- $\pi$ , 8 mésons- $\mu$ ).

(\*) Droite d'égale densité de lacunes.

et  $M_2$ , étant coupées par les droites de pente unité en des points d'abscisse  $\log R_1$  et  $\log R_2$ , équidistants et tels que:  $R_1/R_2 = M_1/M_2$ .

Comme pour l'énumération des grains, ces courbes sont des droites, du moins jusqu'à un parcours restant correspondant à deux centimètres pour un proton.

Nous avons vérifié cette linéarité (fig. 2 et 3) sur plusieurs séries d'émulsions ayant subi des développements différents et sur plusieurs particules de charge unité (protons, mésons- $\pi$ , mésons- $\mu$ ). On voit sur la fig. 2 qu'elle cesse d'être valable pour les mésons- $\pi$  et  $\mu$  à partir d'un parcours restant de  $\sim 3000 \mu$ , ce qui correspond à un parcours de proton de  $\sim 20000 \mu$ . Cette longueur est d'ailleurs variable avec le degré de développement de l'émulsion et devient d'autant plus faible que le développement est moins poussé.

Notons que la linéarité n'est en aucune manière une condition de validité de la méthode.

## 5. — Erreurs et discussion.

En plus des erreurs statistiques sur le dénombrement des lacunes plusieurs causes d'erreurs systématiques sont à envisager, suivant le lot d'émulsions dont on dispose; il est donc important dans chaque cas particulier de ne pas perdre de vue ces erreurs, qui peuvent souvent être grandes. Enumérons-en quelques unes que nous avons spécialement étudiées dans un lot d'émulsions.

a) Si l'on pratique le fixage acide, comme c'est le cas dans notre laboratoire, à la surface de l'émulsion et sur une couche d'une épaisseur d'environ  $20 \mu$ , il y a dissolution partielle du grain d'argent développé, ce qui conduit à des grains plus fins et par conséquent à un nombre de lacunes plus grand

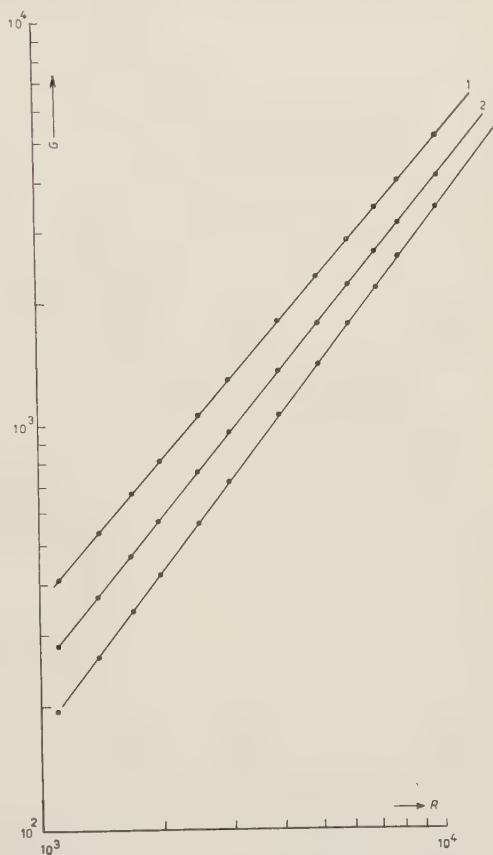


Fig. 3. - Variation du nombre intégral des lacunes sur des trajectoires de protons avec le degré de développement de l'émulsion. La courbe 1 se réfère à un développement donnant 17 grains par  $100 \mu$  pour le minimum de l'ionisation, la courbe 2 à 23 grains par  $100 \mu$  et la courbe 3 à 32 grains par  $100 \mu$ .

que dans le reste de l'émulsion. Il est d'ailleurs difficile d'estimer l'ordre de grandeur de l'erreur ainsi commise; on peut en avoir une idée en étudiant la variation du nombre des lacunes le long des traces des noyaux lourds de faible charge et de grande énergie, traversant l'émulsion de part en part sans perte sensible d'énergie; des corrections de l'ordre de 10% sont assez courantes. Il nous semble préférable d'interrompre la mesure en surface de l'émulsion et de remplacer la densité des lacunes dans cette partie du parcours par la moyenne prise de part et d'autre de la partie non utilisée, quand on dispose d'émulsions sans support, qui offrent la possibilité de suivre une trace dans plusieurs émulsions.

b) Le même effet peut d'ailleurs se manifester vers le fond de l'émulsion; il est moins important que le précédent, sauf sur les traces très longues, où à cause de l'incidence il peut y avoir manque de grains sur la partie du parcours à l'interface.

c) Avec les émulsions à grande surface, des différences de développement sont à craindre, non seulement d'une plaque à l'autre, mais aussi sur des parties assez éloignées d'une même émulsion. D'autre part, sur un lot de plusieurs émulsions, même si elles proviennent d'une même coulée, aucune garantie ne peut être fournie quant à la sensibilité des différentes couches. De plus dans un développement comprenant plusieurs émulsions en une seule opération des différences de développement peuvent se manifester entre les différentes plaques, pour des causes encore mal connues.

d) Sur les traces inclinées et vers les derniers 1 000  $\mu$  du parcours restant, où la proportion de petites lacunes est plus importante, l'énumération n'est plus reproductible pour des inclinaisons supérieures à 20°. Il est alors très difficile d'apporter des corrections, parce que comme le montre l'histogramme de la fig. 8 (voir l'Annexe, pag. 207), l'erreur commise par l'élimination des petites lacunes à cause de l'inclinaison est très variable, car on se trouve sur la partie ascendante de la courbe; par contre, loin de la fin de parcours ( $R > > 1 000$ ) la grande majorité des lacunes étant suffisamment longues, une correction géométrique peut être faite à l'aide de la courbe de distribution et de l'angle d'inclinaison.

En pratique, les traces que nous avons mesurées sont toutes d'inclinaison  $< 20^\circ$ , excepté certaines des trajectoires de mésons K; pour celles-ci nous avons remplacé à la fin de parcours le nombre de lacunes comptées par la moyenne sur les particules plates.

Il ne nous a pas semblé nécessaire d'apporter une correction avec la profondeur, d'après les mesures faites sur les diverses particules d'étalonnage et sur quelques primaires lourds de grande énergie.

Par contre, il nous a paru indispensable d'étalonner chaque émulsion séparément et même dans une région voisine de celle où l'on doit effectuer des mesures à l'aide de particules de nature connue s'arrêtant. Dans les cas où à

cause d'imperfections locales il se produit de très longues lacunes ( $> 5 \mu$ ) il convient de les éliminer en remplaçant leur densité à ces endroits par la densité au voisinage immédiat de la lacune.

La fig. 3 illustre les différences des comptages effectués sur trois séries d'éму-  
sions G5 ayant subi des développements  
analogues mais plus ou moins poussés.  
Nous voyons que les droites obtenues  
n'ont ni la même pente, ni la même  
ordonnée à l'origine.

En représentant ces droites par une  
relation de la forme:

$$(1) \quad G = aR^n M^{1-n},$$

( $G$  = nombre de lacunes,  $R$  = parcours restant,  $M$  = masse de la particule), nous voyons que pour autant qu'on puisse juger par les trois points expérimentaux dont nous disposons le paramètre  $a$  varie d'une manière exponentielle avec la densité des grains au minimum d'ionisation (fig. 4). L'exposant  $n$  manifeste une variation presque linéaire (fig. 5).

On voit sur la fig. 3, ou par différentiation de la relation (1), que la précision de la méthode est d'autant meilleure que  $n$  est plus grand (développement plus poussé).

Etant donné la grande différence entre le degré de développement des trois séries de plaques auxquelles la fig. 3 se réfère, on peut alors, avec une bonne approximation, considérer  $n$  comme constant d'une plaque à l'autre d'un même lot de développement, mais il n'en est pas de même de  $a$  qui est très sensible aux différences locales du développement. Ceci constitue par ailleurs un bon moyen de contrôle de l'homogénéité du développement aussi bien au sein d'une même plaque que pour les différentes plaques d'un même lot.

Pour l'étalonnage d'une émulsion, nous choisissons un nombre de 5 à 10 protons s'arrêtant, ayant un parcours restant de 4 000 à 10 000  $\mu$  et suffisamment plats (inclinaison inférieure à 10%). Il aurait peut être été préférable

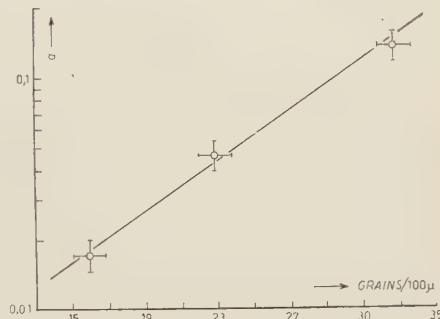


Fig. 4. — Variation du coefficient  $a$  avec le degré de développement; en abscisse la densité de grains au minimum d'ionisation, en ordonnées (échelle logarithmique) les valeurs de  $a$ .

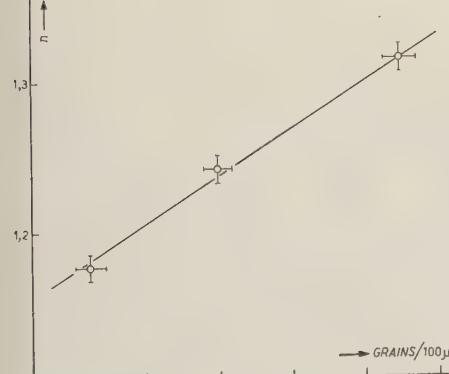


Fig. 5. — Variation de l'exposant  $n$  avec le degré de développement.

de choisir des particules de référence mieux définies, comme le méson  $\mu$  ou  $\pi$ , à cause de la forte proportion de deutons et tritons sortant d'étoiles, mais étant donné que nous devons par la suite estimer une masse voisine de 1000,

il est préférable de se référer au proton (rapport des masses environ 1:2) qu'au méson  $\mu$ , par exemple (rapport des masses 1:5).

Nous éliminons les deutons et les tritons en supprimant les particules dont la masse mesurée est supérieure à 2450 m<sub>e</sub>.

L'histogramme de distribution des masses ainsi obtenue est représenté sur la fig. 6.

Pour obtenir la masse individuelle de chaque proton d'étalonnage nous prenons pour la moyenne des 5-10 protons de chaque plaque la valeur 1835 m<sub>e</sub> et nous estimons graphiquement d'après les données expérimentales la masse de chaque particule et l'erreur en utilisant d'une part la dispersion des points par rapport à la droite moyenne dans l'émulsion correspondante et d'autre part l'erreur statistique le long de la trace.

Nous obtenons ainsi pour la masse moyenne du proton la valeur:

$$M_p = (1845 \pm 32) \text{ m}_e.$$

La dispersion de la distribution des 40 protons est de 200 m<sub>e</sub>; elle est très peu supérieure à l'erreur calculée, qui est de 10% soit 185 m<sub>e</sub> pour un proton de 6000  $\mu$  et de 6,5%, soit 120 m<sub>e</sub> pour un proton de 10 000  $\mu$ .

L'histogramme de la fig. 7 représente les résultats des mesures sur 21 mésons du type K. Nous trouvons pour la valeur moyenne pondérée de la masse des ces particules (supposé toutes identiques) la valeur:

$$M_K = (942 \pm 28) \text{ m}_e,$$

la dispersion de la distribution est de 130; elle est en accord avec les erreurs calculées qui varient entre 90 et 250 m<sub>e</sub> suivant la longueur de trace disponible, leur moyenne arithmétique étant 167 m<sub>e</sub>.

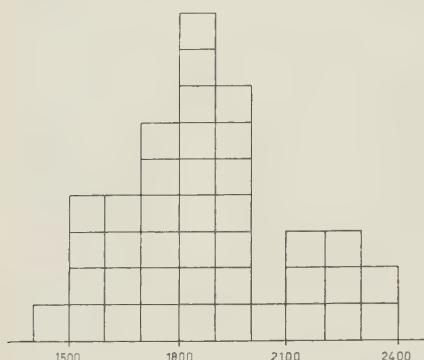


Fig. 6. – Histogramme de distribution des masses de 40 protons d'étalonnage. Moyenne  $1845 \pm 32$ , dispersion 200.

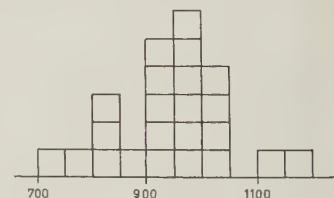


Fig. 7. – Histogramme de distribution des masses de 24 mésons K. Moyenne:  $942 \pm 28$ , dispersion 130.

\*\*\*

Le présent travail a été effectué au Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique, avec l'aide financière du C.N.R.S.. Nous désirons exprimer ici toute notre reconnaissante gratitude envers Monsieur le Professeur L. LEPRINCE-RINGUET, de nous avoir accueilli dans son laboratoire et des nombreux conseils qu'il nous a prodigués au cours de notre travail, ainsi que Monsieur J. CRUSSARD sous-directeur du Laboratoire, pour les discussions intéressantes que nous avons eues avec lui. Nous remercions le Centre National de la Recherche Scientifique pour l'allocation qu'il a bien voulu nous accorder.

## ANNEXE

**La loi de distribution des longueurs des lacunes.**

En vue de déterminer cette loi, nous avons mesuré la longueur d'un grand nombre de lacunes sur des trajectoires de protons s'arrêtant dans l'emulsion et à deux endroits extrêmes:

a) en fin de parcours (500 derniers microns) et

b) à 3 cm de la fin de parcours.

Par la même occasion nous avons aussi mesuré la longueur des parties noires (grains) dans les mêmes régions. Les résultats de ces mesures sont représentés sur les figs. 8 et 9.

L'examen de ces figures appelle quelques remarques:

a) Il en ressort que la distribution des lacunes en fin de parcours (fig. 8 trait plein) suit très approximativement la même loi que la distribution des grains loin de la fin de parcours (fig. 9 trait plein), c'est-à-dire dans la région où la densité des grains est une fonction linéaire de la perte spécifique d'énergie.

b) La largeur moyenne des lacunes est la même que le diamètre moyen des grains, aux erreurs de mesure près, et dans les mêmes régions respectives.

c) La forme de l'histogramme de distribution des lacunes (blanc) en fin de parcours montre combien il faut être prudent si l'on désire effectuer des coupures, c'est-à-dire ne compter que les lacunes dont la longueur dépasse

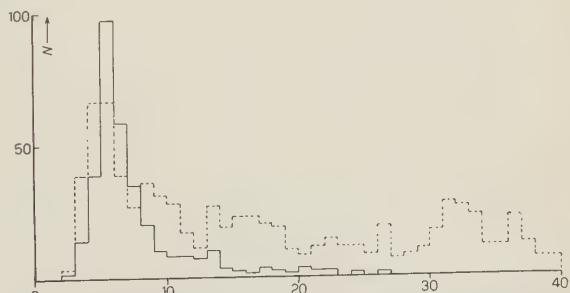


Fig. 8. – Histogramme de distribution suivant la longueur des « blanches » (lacunes) en fin de parcours (trait plein) et loin de la fin de parcours (trait discontinu) sur les trajectoires de protons. Abscisses en divisions du tambour mierométrique, dont une division vaut  $0,113 \mu$ .

une quantité donnée. En effet, si cela est sans inconvenient vers la fin de la distribution (longueur plus grande que  $1\mu$ ) il entraîne un appauvrissement exagéré de l'information fournie par la mesure, ces lacunes ne représentant qu'un très faible pourcentage du nombre total. En outre, une coupure aux environs de  $0,5\mu$  suppose une mesure très exacte de la longueur, parce que dans cette région la variation du nombre des lacunes d'une longueur donnée en fonction de cette longueur est très rapide, ce qui entraîne des grandes erreurs de mesure.



Fig. 9. — Histogramme de distribution suivant la longueur des « noirs » (grains) loin de la fin de parcours (trait plein) et en fin de parcours (trait discontinu) sur les trajectoires de protons. Abscisses en division du tambour micrométrique, dont une division vaut  $0,113\mu$ .

construction de Henry sur papier semi-logarithmique (fig. 10). Le diagramme obtenu indique alors que la fonction cherchée fait partie de la classe des distributions déduites de la normale par KAPTEYN et qui sont de la forme:

$$\varphi(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(G(x) - \mu)^2\right] \left[ \frac{dG(x)}{dx} \right] dx.$$

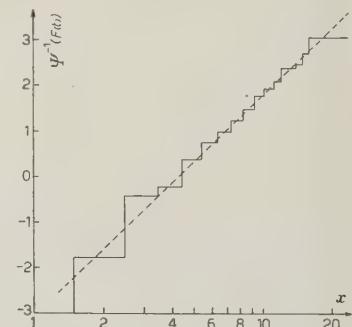
La fig. 10 suggère automatiquement la forme de la fonction  $G(x)$  à choisir, qui n'est que le logarithme de  $x$ . Ainsi, l'histogramme de la fig. 8 (trait plein) est très bien représenté par la fonction de distribution:

$$\varphi(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\log x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \frac{dx}{x}.$$

Fig. 10. — Droite de Henry correspondant à la distribution des « blanches » en fin de parcours; en abscisses (échelle logarithmique) la longueur des lacunes, en divisions du tambour micrométrique, dont une division vaut  $0,113\mu$ ; en ordonnées la fonction inverse de Gauss de la fréquence observée. L'abscisse à l'origine donne la valeur moyenne de la distribution et la pente de la droite représente la variance.

La droite de Henry fournit alors pour les paramètres les valeurs numériques suivantes (en microns):

Moyenne:	$\mathcal{M}(\log x) = \log(0,475)$
Variance:	$\sigma = 0,245$



## III.

**Méthode d'estimation de masse  
par densité photométrique-parcours restant.  
(Photomètre à deux fentes).**

D. MORELLET

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris*

(ricevuto il 13 Gennaio 1955)

**SOMMAIRE.** — 1. Photomètre à deux fentes. 1. Caractéristiques du photomètre à fente ultra-finie ( $0.25 \mu$ ). 2. Photomètre à deux têtes contenant respectivement une fente ultra-fine et une fente large. 3. Mesure de la quantité de lumière absorbée par la trace. 4. Opérations de mesure. 5. Corrections. — 2. Application à la mesure de masse de particules en fin de parcours. 1. Principe. 2. Estimation d'une masse à partir des données expérimentales. 3. Calibration au moyen de protons ( $1836 m_e$ ). 4. Précision d'une mesure de masse voisine de  $100 m_e$ . 5. Mesures de masses de mésons lourds. 6. Autres mésons lourds.

La photométrie des traces nucléaires, dans les émulsions s'est considérablement développée ces dernières années. Cette technique est de plus en plus employée pour la mesure des fortes ionisations et par voie de conséquence pour l'estimation de masse en fin de parcours (<sup>1-10</sup>).

- (<sup>1</sup>) M. BLAU, R. RUDIN et S. LINDENBAUM: *Rev. Sci. Instr.*, **21**, 978 (1950).
- (<sup>2</sup>) S. VON FRIESEN et K. KRISTIANSON: *Nature*, **66**, 686 (1950); *Ark. för Fys.*, **4**, n. 35, 505 (1950).
- (<sup>3</sup>) G. KAYAS et D. MORELLET: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **234**, 1359 (1952); *Journ. Phys. et Rad.*, **14**, 353 (1953).
- (<sup>4</sup>) M. CECCARELLI et G. T. ZORN: *Phil. Mag.*, **43**, 356 (1953).
- (<sup>5</sup>) M. DELLA CORTE et L. RAMAT: *Nuovo Cimento*, **9**, 605 (1952).
- (<sup>6</sup>) P. DEMERS et R. MATHIEU: *Canad. Journ. Phys.*, **31**, 97 (1952).
- (<sup>7</sup>) L. VAN ROSSUM: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **266**, 2234 (1953); *Suppl. Nuovo Cimento*, **11**, 212 (1954).
- (<sup>8</sup>) D. MORELLET: *Thèse, Faculté de Paris* (1953), à paraître.
- (<sup>9</sup>) S. VON FRIESEN: *Ark. för Fys.*, **8**, 305 (1954).
- (<sup>10</sup>) S. VON FRIESEN et L. STIGMARK: *Ark. för Fys.*, **8**, 121 (1954).

## 1. – Photomètre à deux fentes.

La photométrie d'une trajectoire se résume en mesures d'opacité faites au moyen d'un photomultiplicateur lié à une fente de visée. Suivant les auteurs l'ouverture de la fente (\*) est faible (fente fine  $< 0,5 \mu$ ) ou importante (fente large  $\geq 2 \mu$ ).

Comme on opère empiriquement en ignorant la relation explicite qui existe entre la quantité mesurée et l'ionisation, on doit procéder par comparaison dans des conditions de mesure identiques.

Les mesures se doivent d'être aussi objectives et rapides que possible. Ceci est réalisable si l'on dispose :

- a) d'une normalisation instantanée des conditions d'éclairage pour réduire considérablement les effets parasites du « fond » (traces voisines, électrons isolés,...) ainsi que la variation des conditions optiques aux divers points de mesure (effet de profondeur);
- b) de procédés de centrage et d'alignement de la trace sur la fente ne faisant intervenir aucun déplacement mécanique de la plaque.

### 1.1. Caractéristiques du photomètre à fente ultra-fine ( $0.25 \mu$ ).

a) **Balayage.** – Entre l'oculaire et la fente est placé un prisme parallélépipédique de verre d'arête parallèle à la fente. Ce prisme tourne constamment autour de son grand axe, celui-ci étant horizontal et situé sur un même plan vertical que la fente. Par effet de lames à faces parallèles, la cathode du photomultiplicateur explore à travers la fente un rectangle dont les dimensions sont fixées par la longueur de la fente, la section et l'indice du prisme. La trace est alors définie par son « profil transversal de noircissement ».

La vitesse de balayage est de 3 000 tours-minute.

b) **Normalisation.** – En disposant d'une référence d'intensité lumineuse, on peut soit par action sur la lampe d'éclairage, soit plus commodément par action sur le coefficient de multiplication du phototube (variation de la H.T. d'alimentation) normaliser les conditions de mesure (à l'exclusion des conditions géométriques: pentes de la trace...).

La référence utilisée est l'intensité nulle (débit du phototube minimum). Deux faces opposées du prisme de balayage ont été noircies pour que la fente soit périodiquement obturée. Le photomultiplicateur fournit alors un courant modulé en une suite d'impulsions carrées de profondeur  $H$  correspondant à la suite lumière-obscuité. Pour avoir des conditions de mesure normalisées il

(\*) Il faut entendre image de la fente dans le champ du microscope.

suffit de maintenir  $H$  constant,  $H$  étant mesuré à partir de l'intensité lumineuse transmise nulle (voir fig. 1).

c) Orientation de la trace par rapport à la fente. — Pour cette orientation, on utilise un prisme de Wollaston. Celui-ci fait subir au faisceau lumineux deux réfractions séparées par une réflexion, si bien qu'une rotation du prisme de  $\alpha$  autour de son axe entraîne une rotation de  $2\alpha$  de l'image de la fente autour du même axe. On peut réaliser aisément l'orientation optima. Si on désire conserver la qualité de l'image, le Wollaston doit travailler en lumière parallèle. Le prisme est placé entre le prisme de balayage et le microscope.

d) Déplacement de la trace perpendiculairement à la direction de la trace. — On inter-

cale sur le faisceau une lame de verre à faces parallèles pouvant tourner autour d'un axe horizontal. On peut alors placer l'image de la trace en une position fixe par rapport à l'axe du champ balayé.

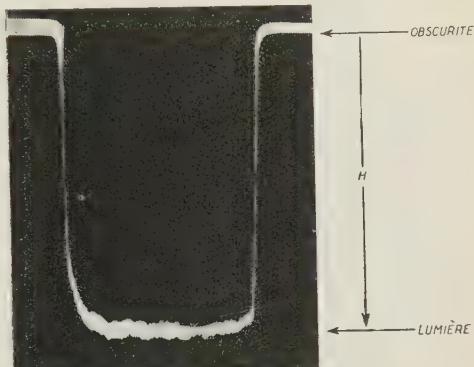


Fig. 1. — Impulsion de balayage-normalisation.

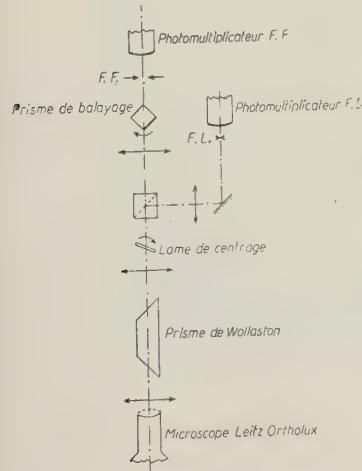


Fig. 2. — Schéma optique du photomètre à deux fentes.

1.2. Photomètre à deux têtes contenant respectivement une fente ultra-fine et une fente large. — Le photomètre F.F. utilisé aujourd'hui en des réalisations presque identiques, présente de nombreux avantages (sensibilité, maniabilité, fidélité) mais aussi un assez grave défaut en ce sens que le résultat des mesures dépend sensiblement de facteurs géométriques ( principalement, inclinaison de la trace).

Cet inconvénient est en grande partie levé si au lieu d'une fente fine (F.F.) on utilise une fente large (F.L. d'ouverture  $> 2,2 \mu$ ).

Alors, la comparaison trace-fond se fait en visant à droite et à gauche de la trace en deux positions équidistantes de celle-ci. Mais ce mode d'opérer du fait des inégalités du fond, influence fortement les mesures et semble beaucoup moins sûr que le balayage décrit précédemment. Comme il est difficile de lier à la fente large un

balayage, celle-ci tendant à niveler les détails, il apparaît utile d'associer les deux fentes et leurs deux photomultiplicateurs, alimentés en parallèle. La fig. 2 montre le schème optique du photomètre à deux têtes; la fig. 3 l'aspect d'ensemble de celui-ci.

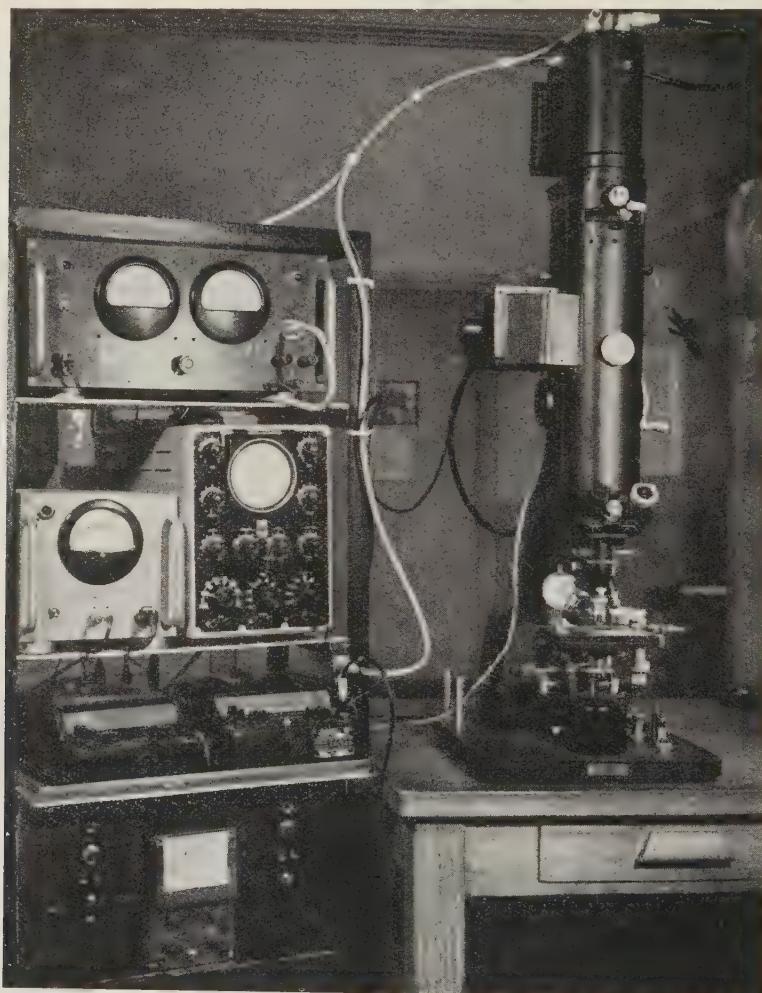


Fig. 3.

### 1.3. Mesure de la quantité de lumière absorbée par la trace.

- α) Avec la fente fine, on utilise un oscilloscope B.F. qui enregistre le train d'impulsions balayage-normalisation auquel se superpose, sur la partie correspondante aux phases lumière, le profil de la trace. La figure insérée est

définie par:

a)  $H$  — hauteur du profil carré qui doit être maintenue constante pour assurer la normalisation.

b) Les grandeurs géométriques définissant le profil de la trace dont nous ne retiendrons que la hauteur  $h$ , pour des raisons de simplicité. Voir fig. 4.

$\beta)$  Avec la fente large, on mesure au moyen d'un microampèremètre le courant  $\Sigma'$  débité par le photomultiplicateur F.L. en présence de la trace. La normalisation de  $H$  assure la normalisation du courant débité en l'absence de la trace  $\Sigma_0$ .  $\Sigma_0 - \Sigma' = \Sigma$  est une mesure de la quantité de lumière absorbée.

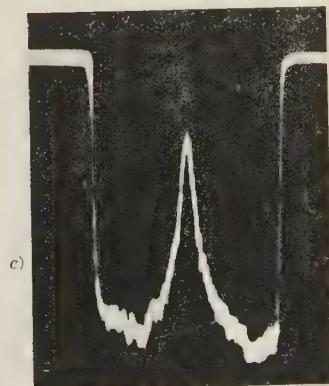
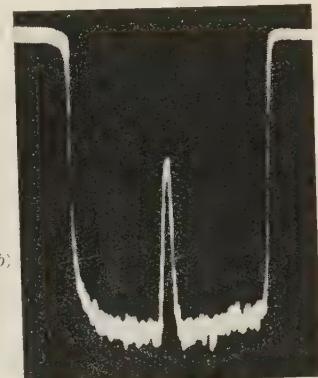
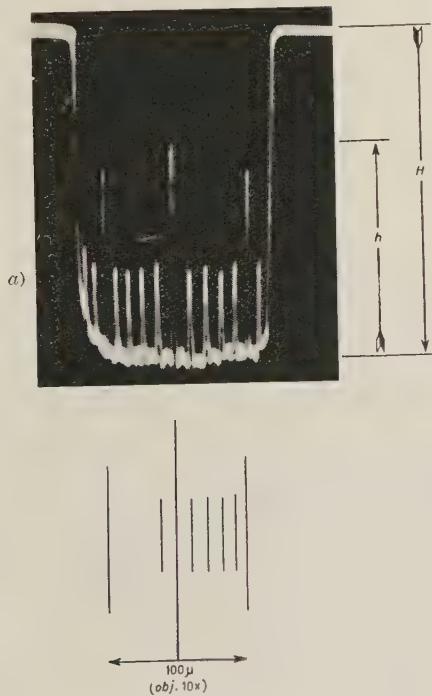


Fig. 4.

$\gamma)$  En pratique, la normalisation se fait au moyen d'un microampèremètre mesurant le courant débité par le photomultiplicateur F.F. en présence de la trace. La présence de l'impulsion correspondante n'introduit qu'une très faible erreur, du même ordre que la variation de sa surface, variation très faible vis-à-vis de la surface de l'impulsion de normalisation-balayage.

1.4. *Opération de mesure.* — Après avoir, en se servant de l'oscilloscope, effectué le réglage de l'optique du microscope, une mesure se résume ainsi:

- 1) Orientation préliminaire de la trace au moyen d'une petite platine tournante.
- 2) Centrage approximatif de la trace, par action sur les mouvements  $x$  et  $y$  du microscope.
- 3) Normalisation préliminaire de  $H$ .
- 4) Orientation finale au moyen du Wollaston.
- 5) Centrage final au moyen de la lame à faces parallèles.
- 6) Focalisation exacte, par optimum de  $h$  sur l'oscilloscope.
- 7) Normalisation exacte,  $H=H_0$ .
- 8) Lecture de  $h$  et  $\Sigma'$ .
- 9) Lecture éventuelle de la profondeur  $P$  du point de mesure.
- 10) Préparation de la mesure suivante.

Par construction les fentes F.L. et F.F. correspondent au même centrage et au même réglage optique. La cellule habituelle d'espacement des mesures est de  $25 \mu$ , le grossissement objectif ordinairement utilisé ( $70 \times$ ) définissant une longueur de fente de  $23 \mu$  environ.

1.5. *Corrections.* — Elles sont de deux types: une correction de profondeur tenant compte des effets optiques se produisant dans l'émulsion située au-dessus du point de mesure et une correction de pente tenant compte en premier lieu du fait qu'une trace inclinée vue en projection présente une densité photométrique apparente plus forte que sa densité réelle et en second lieu du fait que la trace n'est plus au point sur toute sa longueur utile.

On définit donc des coefficients  $\gamma_1(P)$  et  $\gamma_2(\operatorname{tg} \theta)$  à appliquer au  $h$  ou  $\Sigma'$  d'une mesure effectuée sur une trace de pente  $\operatorname{tg} \theta$  au point de profondeur  $P$  (émulsion contractée). Les Tableaux I et II donnent ces coefficients pour la série S<sub>22</sub> du vol international de Sardaigne.

TABLEAU I.

Profondeur du point de mesure (émulsion contractée) . . .	0	$50 \mu$	$100 \mu$	$150 \mu$	$200 \mu$	$250 \mu$
$\gamma_1$ Fente fine ( $0,25 \mu$ ) . . .	0,0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
$\gamma_1$ Fente large ( $2,5 \mu$ ) . . .	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05

TABLEAU II.

Pente de la trace, $\operatorname{tg} \theta$ (émulsion contractée) . . . . .	0,0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,30
$\gamma_2$ Fente fine ( $0,25 \mu$ ) . . . . .	0	0,05	0,10	0,18	0,35	—
$\gamma_2$ Fente large ( $2,5 \mu$ ) . . . . .	0	0,01	0,02	0,04	0,055	0,105

Les valeurs  $\gamma_1(P)$  sont déterminées à partir de particules d'ionisation constante traversant de part en part l'émulsion, les valeurs  $\gamma_2(\operatorname{tg} \theta)$  à partir de particules de même nature en des points de même parcours restant mais d'inclinaisons variées.

Les corrections de parcours ne sont pas comprises ici.

## 2. – Application à la mesure de masse de particules en fin de parcours <sup>(11-14)</sup>.

2.1. *Principe.* – On sait que les parcours restant  $R$  de deux particules de même charge ayant même vitesse (même  $\beta$ ) sont dans le rapport de leurs masses soit:

$$M_1/M_2 = R_1/R_2 = 1/k.$$

Aux points de trajectoire de même  $\beta$ , la densité photométrique ( $h$  ou  $\Sigma$ ) doit être la même, pourvu que les conditions de formation de la trace et de mesure des densités soient similaires.

2.2. *Estimation d'une masse à partir des données expérimentales.* – Pour une mesure de masse, on doit posséder des particules de calibration (étalonnage) se trouvant, dans les mêmes conditions (normalisation, fente, réglage, corrections,..., etc.).

a) *Schéma de mesure.* – On détermine au moyen de plusieurs particules  $M_1$  la courbe de variation de  $h$  (ou  $\Sigma$ ) en fonction de  $R_1$ , dans la région de plaque où se trouve la particule inconnue. Cette courbe de référence obtenue, on mesure la particule  $M_2$ , en des points  $R_2^i$ .

<sup>(11)</sup> K. KRISTIANSON: *Phil. Mag.*, **44**, 268 (1953); *Ark. för Fys.*, **6**, 317 (1952);

**8**, 311 (1954).

<sup>(12)</sup> D. MORELLET: Conférences de Bagnères-de-Bigorre (1953) et de Padoue (1954).

<sup>(13)</sup> C. MABBOUX et D. MORELLET: *Compt. Rend. Ac. Sci.*, **238**, 1793 (1954).

<sup>(14)</sup> L. VAN ROSSUM: *Appendice de Phil. Mag.*, **45**, 1043 (1954).

b) Méthode de calcul d'une masse.

1) *Méthode statistique différentielle (Méthode I).* — L'évaluation des  $k_i$  se fait en comparant les parcours  $R_1^i$  et  $R_2^i$  de même valeur de  $h$  ou  $\Sigma$ . Les  $R_2^i$  sont déterminés par la cellule d'espacement des mesures. On détermine les  $R_1^i$  correspondants au moyen de la courbe de référence ( $M_1$ )<sup>(\*)</sup>.

Si  $R_1^i$  est distribué autour de  $(1/k_i)R_2^i$  selon une loi de Laplace-Gauss (\*) et cela avec une erreur constante quelque soit  $R_2^i$ , on peut écrire la loi de probabilité totale  $P$ , produit des lois de probabilité partielles  $p_i(R_1^i)$ , soit

$$P = \prod_i p_i(R_1^i) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}} \exp \left[ -\frac{(R_1^i - R_2^i/k_i)^2}{2\sigma^2} \right] \prod_i dR_1^i / \sigma^N$$

$N$  = nombre de mesures.

En appliquant à  $P$ , fonction du paramètre  $k$ , la méthode du maximum de vraisemblance, il vient:

$$\frac{\partial \log P}{\partial k} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_i R_2^i (R_1^i - R_2^i/k) = 0$$

Soit meilleure estimation de  $k$ ,  $\hat{k}$ :

$$1/\hat{k} = \frac{\sum_i R_1^i R_2^i}{\sum_i (R_2^i)^2}$$

et

$$\sigma_{\hat{k}}^2 = \frac{1}{N} \left( \frac{\partial \log P}{\partial k} \right)^2 = \frac{1}{N} \left( \frac{\sum_i (R_1^i)^2}{\sum_i (R_2^i)^2} - \hat{k}^{-2} \right).$$

2) *Méthode graphique intégrale (Méthode II).* — Si on connaît déjà assez précisément le rapport  $M_1/M_2$ , on peut choisir un schéma tel que les mesures successives sur 1 et 2 se correspondent exactement deux à deux dans le rapport  $M_1/M_2 = R_1/R_2$ . En sommant séparément sur chaque particule les résultats ( $h$  ou  $\Sigma$ ) des  $N$  premières mesures, on devrait avoir égalité des deux totaux. A l'écart existant en fait entre la valeur intégrale prévue à partir du schéma et la valeur expérimentale correspond une différence de masse entre  $M_1$  et  $M_2$ .

Par exemple, on a:

$$\sum_0^N (\Sigma_1^i) - \sum_0^N (\Sigma_2^i) = \Delta \Sigma$$

(\*) Cette hypothèse est justifiée car  $h$  (ou  $\Sigma$ ) est lié presque linéairement à  $R$ . La variable gaussienne est en fait  $h$  (ou  $\Sigma$ ).

et:

$$\frac{N}{0} St_2 = k \frac{N}{0} St_1,$$

$t$  = cellule d'espacement des mesures.

En utilisant la courbe  $\frac{N}{0} S(\Sigma_1) = \varphi(N)$  on peut évaluer  $\Delta\Sigma$  en  $\Delta N$  (voir fig. 5). A ce  $\Delta N'$  on doit ajouter un  $\Delta N''$  (toujours positif) résultant de la correction géométrique sur le parcours, on a donc:

$$M_2 = M_1 k(1 + \Delta N/N),$$

$$\Delta N = \Delta N' + \Delta N''.$$

$k=1$  est le cas d'une calibration au moyen de particules de type connu;  $k \approx \frac{1}{2}$  et  $M_1 = 1836 \text{ m}_e$ , correspond à une mesure sur un meson  $\tau$ .

2.3. Calibration au moyen de protons (1836 m<sub>e</sub>). — Nous avons mesuré, dans le lot S<sub>22</sub> du vol de Sardaigne, 64 protons de calibration se divisant en deux groupes. Le premier de 35 est réparti dans une même plaque et a été étudié au moyen de la fente fine avec une méthode de calcul de type I. Le second de 29 est distribué dans plusieurs plaques, par groupes de 5 particules environ et a été étudié au moyen de la fente large avec une méthode de calcul de type II.

Pour ces protons  $R$  est d'environ 10 000  $\mu$  et  $\operatorname{tg}\theta$  compris entre 0 et 13 %. Les résultats de calibration sont donnés par l'histogramme de la fig. 6.

Écart type de la distribution de calibration. — Le premier groupe de 35 protons et le second de 29 présentent respectivement des écarts type  $\sigma_{\text{mes}}$  de 5 et 6 %  $M_p$ , calculés au moyen de:

$$\sigma_{\text{mes}}^2 = \frac{\sum (M_i - \bar{M})^2}{n-1} \quad \text{avec } \bar{M} = 1840 \pm 15 \text{ m}_e$$

Si on réunit les 64 particules, on trouve  $\sigma_{\text{mes}} = 110 \text{ m}_e$  soit  $\Delta M/M = 6\%$ .

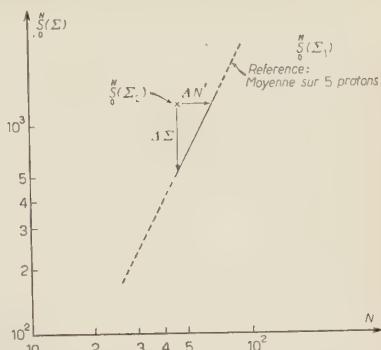


Fig. 5. — Le fait qu'en coordonnées double-logarithmiques la courbe  $S(\Sigma_1) = \varphi(N)$  soit très voisine de une droite n'est pas utilisé sinon au voisinage du point  $S(\Sigma_2)$ .

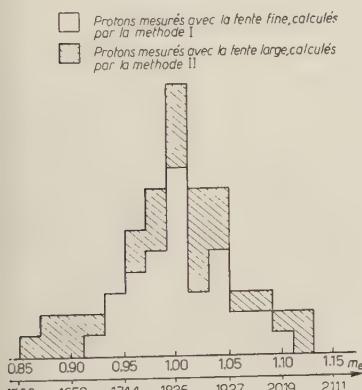


Fig. 6. — Répartition des 64 protons de calibration.

**2·4.** *Précision d'une mesure de masse voisine de 1 000 m<sub>e</sub>:* — L'écart type à attribuer à une mesure de masse est une combinaison statistique de:

a) Un écart type  $\sigma_{\text{mes}}$  de précision intrinsèque de la méthode de mesure.

Si les particules sont mesurées dans des conditions tout à fait semblables à celles de la calibration, on peut écrire pour une masse  $M_2$ :

$$\sigma_{\text{mes}}(M_2) = M_2 \frac{\Delta M_1}{M_1} \quad \text{avec} \quad \Delta M_1/M_1 = 6 \% \text{ pour } R_1 \sim 8000 \mu.$$

b) Un écart type  $\sigma_{\text{ref}}$  provenant du fait que la référence  $M_1$  n'est pas théoriquement déterminée, mais seulement estimée à partir d'un nombre  $n_1$  de protons, soit:

$$\sigma_{\text{ref}}^2 = \sigma_{\text{mes}}^2/n_1.$$

c) Eventuellement, un écart type  $\sigma_N$  provenant du fait que la population des  $k_i$  ne contient qu'un nombre restreint d'individus. Cet écart est toujours beaucoup plus petit que les deux premiers et peut être les plus souvent négligé ( $N \geq 100$ ).

On a donc

$$\sigma_{\text{tot}}^2 = \sigma_{\text{mes}}^2 + \sigma_{\text{ref}}^2 = \left( M_2 \frac{\Delta M_1}{M_1} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sqrt{n_1}} \frac{\Delta M_1}{M_1} \right)^2.$$

Pour  $M_2 \approx 1000$  m<sub>e</sub> et  $\Delta M_1/M_1 = 6 \%$ , il vient:

$$\sigma_{\text{tot}} = 76 \text{ m}_e \quad \text{et} \quad \Delta M_2/M_2 = 7,6 \%.$$

Dans le calcul précédent a été négligé le fait que pour une masse inférieure à celle de la référence,  $R_2$  peut être soumis à une erreur légèrement plus importante par suite du scattering coulombien plus important. Il est prudent de majorer à 9 % le  $\sigma_{\text{tot}}$ , pour  $M_2 \approx 1000$  m<sub>e</sub>,  $R_2 \approx 2500 \mu$  et  $g_0 \approx 20$  grains/100  $\mu$ , en accord avec la distribution des 64 protons pris sur 5000  $\mu$ .

**2·5.** *Mesures de masses de mésons lourds.* — Des mesures ont été effectuées sur 29 exemples de mésons lourds de parcours sensiblement identiques, et de pentes inférieures à 20 % (émulsion contractée, de 600  $\mu$  à 275  $\mu$ ).

Une particule est, dans chaque plaque traversée comparée à 5 protons au moins, située à proximité et de pentes < 10 % afin d'éliminer les incertitudes de la correction correspondante.

1) *Mésons  $\tau^\pm \rightarrow 2\pi^\pm + \pi^\mp$  et  $\tau' \rightarrow \pi + 2\pi^0$ .* — Ce type de mésons peut servir à mettre en évidence les biais introduits par la méthode, car on connaît la masse  $m_\tau$ , soit 965,5 m<sub>e</sub> (Padoue 1954).

2  $\tau$  et 1  $\tau'$  mesurés donnent les résultats:

$$m_{\tau_1} = 920 \pm 90 \text{ m}_e; \quad m_{\tau_2} = 955 \pm 80 \text{ m}_e; \quad m_{\tau'_1} = 947 \pm 65.$$

$\tau_1$  et  $\tau'_1$  ont été mesurés avec la fente large et calculés graphiquement. La masse moyenne pondérée par rapport à l'inverse des variances est:

$$\bar{m}_{\tau} = 943 \pm 44 \text{ m}_e.$$

Cette valeur est compatible avec 965,5 m<sub>e</sub>.

Le petit nombre de particules  $\tau$  ne permet pas de mettre en évidence de biais systématique. Il semble toutefois que, si celui-ci existe, il soit faible ( $< 25$  m<sub>e</sub>).

2) *Mésons du type K donnant un secondaire chargé.* — 9 exemples (K<sub>1</sub> à K<sub>6</sub>, K<sub>8</sub>, K<sub>10</sub>, K<sub>13</sub>) ont été mesurés avec la fente fine et calculés par la méthode I; 15 autres (K<sub>7</sub>, K<sub>12</sub>, K<sub>15</sub>, K<sub>16</sub>, K<sub>18</sub>, K<sub>19</sub>, K<sub>22</sub> à K<sub>30</sub>) avec la fente large et la méthode II. Cette seconde manière d'opérer se justifie lorsqu'on connaît  $k = M_2/M_1$ . Dans les cas des mésons K, on peut justifier a posteriori le choix  $M_2/M_1 \cong 0,5$ , déduit des connaissances actuelles sur la masse des mésons lourds.

En effet, pour les particules possédant une valeur  $k > 0,5$ , le schéma de mesure de la méthode II conduit à surestimer la masse. Au contraire, si  $k < 0,5$ , celle-ci est sous-estimée. Si donc la population des K est la réunion de mésons de deux types dont les uns ont une masse légèrement inférieure à 918 ( $M_p/2$ ) et les autres une masse légèrement supérieure à cette valeur, l'effet global dû au choix erroné du schéma de mesure est d'augmenter l'écart réel existant entre les deux masses. Au contraire, avec 1 seule masse peu différente de 918; les valeurs obtenues sont légèrement décalées d'ensemble.

La moyenne pondérée effectuée sur les 15 mésons lourds mesurés avec F.L. et traités par la méthode II est de  $897 \pm 22$  m<sub>e</sub>, valeur inférieure à 918. Ceci prouve que  $k$  a été légèrement sous-estimé quand on l'a pris égal à 0,5. On est donc conduit à majorer de 10 m<sub>e</sub> chaque résultat individuel, évaluation grossière du biais introduit avec  $k=0,5$ .

Le Tableau III-a fournit les résultats de mesures relatifs aux 10 mésons mesurés avec F.F. et calculés par la méthode I. Le Tableau III-b fournit les résultats de mesure relatifs aux 14 mésons mesurés avec F.L. et calculés par la méthode II (les valeurs de ce tableau sont corrigées du biais introduit par le choix  $k=0,5$ ). On a:

$$M_a = 909 \pm 29 \text{ m}_e \quad \text{et} \quad M_b = 907 \pm 22 \text{ m}_e.$$

$$\text{Soit } \bar{M}_{\text{tot}} = 908 \pm 17 \text{ m}_e.$$

Toutes les moyennes sont pondérées par rapport à l'inverse des variances.

TABLEAU III-a.

*Mésons lourds mesurés avec la fente fine et calculés par la méthode statistique.*

K	$\operatorname{tg} \theta$	n	N	$M_i$ (en $m_e$ )	$\pm \sigma_{M_i}$
1	0,0	1	75	1150	$\pm 300$
2	0,0	1	150	900	$\pm 75$
3	0,0	1	150	930	$\pm 80$
5	0,0	1	50	800	$\pm 250$
4	0,0	1	150	910	$\pm 70$
6 (2)	0,0	1	50	960	$\pm 220$
8 (2)	0,0	1	150	862	$\pm 80$
10 (2)	0,0	1	150	921	$\pm 60$
13 (2)	0,0	1	150	881	$\pm 80$
14 (1) (2)	0,1	2	175	1240	$\pm 90$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \text{nombre de pointés, tous les } 25 \mu. \\ n = \text{nombre de plaques traversées.} \end{array} \right.$$

(1) Le plus grand tronçon de ce méson est situé dans la plaque contenant les 35 premiers protons de calibration.

(2) Dans le lot S 22 du vol de Sardaigne.

TABLEAU III-b.

*Mésons lourds (1) mesurés avec la fente large et calculés par la méthode graphique.*

K	$\operatorname{tg} \theta$	n	N	$M_i$ (en $m_e$ )	$\pm \sigma_i$
7	0,05	2	100	845	$\pm 80$
12	0,15	3	"	891	"
15	0,25	4	"	882	"
16	0,10	3	"	910	"
18	0,20	3	"	827	"
19	0,00	1	25	1047	$\pm 150$
22	0,15	3	100	983	$\pm 80$
23	0,15	3	"	855	"
24	0,10	2	"	864	"
25	0,25	3	"	1006	"
26	0,07	2	"	920	"
27	0,15	2	"	810	"
28	0,07	2	"	919	"
29	0,20	3	"	992	"
30	0,20	2	"	990	"
$K_1$	0,09	3	125	1037	$\pm 80$

$$\left\{ \begin{array}{l} N = \text{nombre de pointés, tous les } 25 \mu. \\ n = \text{nombre de plaques traversées.} \end{array} \right.$$

(1) Tous ces mésons sont dans le lot S 22 du vol de Sardaigne.

2.6. *Autres mésons lourds.* — Deux autres exemples ont été étudiés soit un méson négatif  $K_1^-$  (voir Tableau III-*b*) et un méson donnant naissance à un méson  $\mu$  de faible énergie,  $K_{14}$  (voir Tableau III-*a*).

Une discussion des résultats décris ainsi qu'une comparaison avec les autres méthodes d'ionisation et celle de diffusion multiple a été présentée dans la Première partie (\*).

\* \* \*

Nous voulons remercier Monsieur le Professeur L. LEPRINCE-RINGUET pour ses encouragements et ses remarques au cours de ce travail. Nous remercions aussi E. ALINDER et C. MABBOUX avec lesquels nous avons eu de fructueuses discussions lors de la construction de notre appareil. Nous sommes reconnaissant aux jeunes filles qui ont trouvés les phénomènes qui ont permis cette étude. Ce travail a été rendu possible grâce à une allocation attribué par le Centre National de la Recherche Scientifique.

(\*) T. F. HOANG, L. JAUNEAU, J. JOUVIN, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LECOURTOIS et J. TREMBLEY: *Résultats Expérimentaux sur les masses des mésons primaires*, ce fascicule, pag. 172.

## IV.

**Méthode d'estimation de masse  
par diffusion multiple-parcours restant.**

A. ORKIN-LÉCOURTOIS

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris*

(ricevuto il 13 Gennaio 1955)

**SOMMAIRE.** — 1. Données théoriques. — 2. Étalonnage. — 3. Corrections.  
Contrôles.

On décrit ici les mesures de masse portant sur une vingtaine de mésions lourds observés dans les émulsions sans support du vol de Sardaigne (1953) et effectuées au moyen de la méthode de la flèche constante <sup>(1)</sup>.

Les caractères de ces mesures proviennent des considérations suivantes:

Si on juge utile de combiner avec les résultats des méthodes d'ionisation plus précises les résultats des mesures de diffusion-multiple — d'une part, afin de compenser les biais, d'enrichir l'information et de s'assurer contre les accidents de l'émulsion qui affectent diversement les différentes méthodes, d'autre part malgré la pauvreté de la population d'angles significatifs fournie par une trace, comparée aux populations de grains ou de lacunes et malgré les déformations qui affectent les traces — il est nécessaire d'échapper au moins en partie au caractère d'approximation de ces mesures et à l'incertitude sur les constantes théoriques par un étalonnage, de procéder à des mesures relatives et, en analysant la dispersion observée, d'incorporer éventuellement à l'erreur théorique la dispersion supplémentaire provenant d'effets parasites imprévus. Il est même souhaitable d'étalonner séparément des traces présentant d'importantes corrections d'inclinaison et de déformation pour éviter les biais qu'entraînent les imperfections de celles-ci. On peut ainsi parvenir, malgré l'imprécision de la méthode à un degré de confiance raisonnable dans les valeurs et les erreurs données.

<sup>(1)</sup> C. C. DILWORTH *et al.*: *Congrès de Bagnères* (Juillet 1953).

## 1. – Données théoriques.

La variation théorique de  $\bar{z}$ , angle moyen de diffusion multiple par unité de longueur, en fonction du parcours restant  $R$ , est déduite des relations suivantes:

$$(1) \quad E = CR^a M^{1-a},$$

où l'énergie cinétique  $E$ , la masse  $M$  sont exprimées en MeV et  $R$  en microns lorsqu'on adopte les valeurs:

$$a = 0,568, \quad e = 1,46 \cdot 10^{-2},$$

déduites des calculs de VIGNERON (1953) (²):

$$(2) \quad \bar{z} = K/p\beta c,$$

où  $p\beta c$ , produit de l'impulsion par la vitesse est lié à  $E$  par les relations connues.

Selon le processus habituel, on mesure des flèches et on coupe les valeurs supérieures à quatre fois la moyenne arithmétique. Les valeurs théoriques correspondantes de  $K$  sont empruntées aux courbes de Pickup et Voyvodic donnant  $K_{\infty}$ , en fonction de  $\beta$  et de la cellule de mesure  $s$  (³).

La relation entre  $\bar{z}$  et  $R$ , pour une masse  $M$ , est alors la suivante:

$$\bar{z}(R, M) = \frac{K}{C} M^{a-1} R^{-a} \frac{1 + C(R/M)^a}{2 + C(R/M)^a} = \frac{K}{C} M^{a-1} R^{-a} f(R, M).$$

Si on choisit pour la cellule de mesure, la loi de variation:

$$s^{3/2}(R, M_0) = b R^a f^{-1}(R, M_0),$$

où  $b$  est une constante, la flèche  $\delta$  au parcours  $R$  s'exprime par:

$$\bar{z}(R, M) s^{3/2}(R, M_0) = \delta(R) = b \frac{K}{C} M^{a-1} f(R, M_0) f^{-1}(R, M).$$

Le facteur  $K$  est naturellement fonction de  $R$  et de  $M$  puisqu'il dépend de  $s$  et  $\beta$ .

Pour pouvoir mesurer trois types de masse (protons, mésons K et mésons  $\pi$ ) dans des conditions identiques, on a construit 3 schémas de cellules, en adoptant pour  $b$  les 3 valeurs:

$$b = \frac{C}{K'} M_0^{1-a}$$

(²) L. VIGNERON: *Journ. Phys. et Rad.*, **14**, 145 (1953).

(³) E. PICKUP et L. VOYVODIC: *Phys. Rev.*, **85**, 91 (1952).

avec  $M_0 = 1836$ ,  $1000$ , et  $273 \text{ m}_e$  respectivement,  $K'$  étant constant égal à  $24$  et  $\varepsilon = 0,115 \mu$ , ce qui donne à  $\delta(R)$  une valeur un peu supérieure à la diffusion parasite. Dans ces conditions, en mesurant une masse connue ( $M = M_0$ ):

$$\delta(R) = \varepsilon \frac{K(R, M_0)}{K'}$$

et sa moyenne le long du parcours:

$$\bar{\delta} = \varepsilon \frac{\bar{K}(M_0)}{K'}$$

avec:

$$\bar{K}(M_0) = \frac{\sum n(R) K(M_0, R)}{\sum n(R)},$$

si  $n(R)$  est le nombre de mesures effectuées avec la cellule  $s(R)$ .

On a calculé des tables de  $\bar{K}(M_0)$  pour les trois valeurs de masses citées (Table I).

Dans ces conditions, la quantité:

$$\varrho_0 = \frac{\bar{\delta}}{\bar{K}(M_0)} = \frac{\varepsilon}{K'} = 4,24 \cdot 10^{-2}$$

avec les schémas et l'optique choisis. C'est la valeur théorique attendue de la mesure d'une masse connue (proton ou méson  $\pi$ ) sur un schéma exactement adapté. Théoriquement, la méthode de mesure par diffusion multiple-parcours ne fonctionne exactement que dans ce cas. Pour une masse inconnue on fait les approximations suivantes:

L'étude du produit  $f(R, M_0)f^{-1}(R, M)$  montre qu'il reste  $\neq 1$  pour  $M_0/2 < M < 2M_0$  et on peut négliger d'autre part en première approximation, devant l'erreur statistique, l'erreur introduite en attribuant à la mesure de  $M$  voisin de  $1000 \text{ m}_e$ , une valeur de  $\bar{K}$  établie pour  $M = 1000 \text{ m}_e$ .

Dans ce cas

$$\frac{\bar{\delta}(M)}{\bar{K}(M_0)} = \frac{\varepsilon}{K'} \left( \frac{M}{M_0} \right)^{a-1} = \varrho_0 \left( \frac{M}{M_0} \right)^{a-1} \quad (*)$$

Cette formule simple est la plus exacte possible que puisse fournir la méthode, qui en toute rigueur, n'est qu'une méthode d'approximations successives. On a choisi une valeur de  $\bar{\delta}$  voisine de  $\varepsilon$ , pour se trouver dans des conditions d'erreur minima dans l'élimination de la diffusion parasite entre deux cellules. On aurait pu opter pour des cellules plus grandes; les formules rester-

(\*) Pour des quantités peu variables avec  $R$ , telles que  $K(R)$  ou  $f(R)$ , on peut assimiler les moyennes des produits aux produits des moyennes.

TABLEAU I. — Schéma de cellules, valeurs de  $K(R)$  et de l'erreur relative sur  $M$ , pour la mesure d'une masse 1000.

$R$	$s$	$n$	$K_{2s}(R)$	$\Delta M/M \%$
150	7	9	—	—
213	8	10	—	—
292	9	11	—	—
392	10	11	—	—
502	11	12	23,10	49,2
634	12	13	—	—
790	13	13	—	—
959	14	13	23,33	44,9
1 141	15	14	—	—
1 351	16	15	—	—
1 591	17	17	23,52	36,6
1 880	18	16	—	—
2 168	19	17	—	—
2 491	20	18	23,71	31,3
2 851	21	18	—	—
3 229	22	19	23,80	28,6
3 647	23	19	—	—
4 084	24	20	23,90	26,5
4 564	25	20	—	—
5 064	26	21	23,98	24,6
5 610	27	22	—	—
6 204	28	22	24,06	23,0
6 820	29	23	—	—
7 487	30	48	24,19	—
8 927	32	50	24,25	19,8
10 527	34	52	24,30	—
12 295	36	55	24,35	17,9
14 275	38	57	24,40	—
16 441	40	59	24,44	16,3
18 801	42	62	—	—
21 405	44	64	24,35	15,0
24 221	46	67	—	—
27 303	48	69	24,61	13,9
23 615	50	72	—	—
34 215	52	74	—	—
38 073	54	76	—	—
42 167	56	80	—	—
46 647	58	82	—	—

 $R$  Parcours restant en microns $s$  Cellule en microns $n$  Nombre de mesures effectuées avec la cellule  $S$  $K_{2s}$  Moyenne de  $K(R, 100)$  effectuée jusqu'au parcours  $R$ , pour des cellules doubles de celles du schéma

$$\Delta M/M = 2,32 \cdot 1,86/\sqrt{N}$$

$$N = \Sigma n$$

raient aussi valables pourvu que le rapport de la diffusion vraie à la diffusion parasite soit conservé sur l'ensemble des schémas, la valeur  $\varepsilon$  étant seule modifiée. On passe d'ailleurs aisément des valeurs numériques calculées pour les schémas de base aux valeurs sur les schémas de cellules doubles, triples, etc... (voir Table I).

## 2. — Etalonnage.

On a déterminé expérimentalement la valeur de  $\varrho_0$  et la distribution statistique des résultats sur 50 particules identifiées: 27 protons provenant du cyclotron de Harwell, arrêtés dans des émulsions sans support et mesurés de 0,1 à 10 ou 20 mm dans la même plaque et 23 mésons  $\pi$  des plaques du vol de Sardaigne mesurés jusqu'à 4 ou 8 mm, douze d'entre eux, d'inclinaison

réelle supérieure à 50 %, étant traités séparément. Les trois valeurs trouvées de  $\varrho_0$  sont respectivement, pour les protons,  $\pi$  plats et  $\pi$  inclinés:

$$4,17 \pm 0,09; \quad 4,24 \pm 0,13; \quad 4,12 \pm 0,14.$$

Les erreurs données ont été déduites de la distribution observée. La constante d'étalement adoptée est:

$$= (4,18 \pm 0,05) \cdot 10^{-2},$$

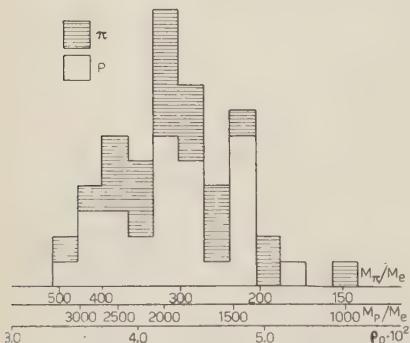


Fig. 1a. — Distribution de  $\varrho_0$  des particules de référence.

pour un total de 14 300 flèches mesurées. On a trouvé un rapport  $M_p/M_\pi$  de 6,76 (fig. 1-a).

L'élimination adoptée entre deux cellules fournit l'erreur relative théorique sur  $\bar{\delta}$ ,  $1,30/\sqrt{n}$ ,  $n$  étant le nombre de mesures effectuées. La distribution des mesures d'étalement conduit à adopter pour erreur sur  $\bar{\delta}$ ,  $1,86/\sqrt{n}$  établie d'après l'écart type observé de  $0,47 \cdot 10^{-2}$  sur la distribution totale.

## 3. — Corrections. Contrôles.

La correction d'inclinaison est effectuée d'après la relation  $\bar{\delta} \sim s^{3/2} R^{-0,57}$ , soit,

$$\frac{\Delta \bar{\delta}}{\bar{\delta}} = 1,50 \frac{\Delta s}{s} - 0,57 \frac{\Delta R}{R},$$

où  $\Delta s/s = \Delta R/R$ . La mesure des cellules se faisant dans l'oculaire, si une erreur systématique affecte partiellement la mesure,  $\Delta s/s$  est différent de  $\Delta R/R$ .

On peut essayer de mesurer de deux façons différentes les *déformations* susceptibles d'ajouter à la flèche de diffusion multiple une flèche parasite: soit par mesure directe de courbure sur des traces inclinées traversant les mêmes couches que la trace à mesurer, soit par l'analyse statistique des angles ou flèches fournis par la trace elle-même. Si on adopte l'hypothèse raisonnable que les tensions qui ont pu s'établir lors du coulage, du collage et du développement de l'émulsion et être révélées durant sa transformation, n'ont pu le faire que parallèlement au plan de l'émulsion, on prévoit l'existence d'une courbure purement latérale des traces provenant du glissement et de la rotation des couches les unes par rapport aux autres<sup>(4)</sup>. Ce mouvement définit un vecteur  $\mathbf{k}_{\text{tot}}$  comme le déplacement horizontal du point de concours avant déformation d'un ensemble de traces ayant traversé l'émulsion, vers leur point de concours réel, indépendamment de leur inclinaison. Les mesures ne permettent pas d'atteindre le déplacement du premier ordre. On mesure sur une ou plusieurs traces la distance en projection d'une extrémité de la trace à la tangente à l'autre extrémité, cette grandeur définissant sur sa direction la projection de  $\mathbf{k}$ . Les valeurs de  $\mathbf{k}$  ont été trouvées généralement  $< 50 \mu$ , pour nos émulsions de Sardaigne. Si on suppose en première approximation, la courbure toute du second ordre,  $\mathbf{k}$  affecte en moyenne, par cellule, d'une flèche parasite  $\delta_\varphi = \mathbf{k} \sin \theta / n^2$  une trace qui fait un angle  $\theta$  avec  $\mathbf{k}$ , traverse l'émulsion et est mesurée sur  $n$  intervalles égaux. Dans nos conditions de mesure, la flèche de diffusion vraie + diffusion parasite est de quelques dixièmes de  $\mu$ , sur une cellule, et le nombre de mesures par plaque, pour une trace inclinée (1000  $\mu$  par plaque) jusqu'à  $R = 1$  cm, est généralement supérieur à 30.  $\delta_\varphi$  est ainsi négligeable devant  $\bar{\delta}$ . On l'a contrôlé statistiquement en utilisant les relations suivantes:

$$(1) \quad \bar{\delta}_{\text{obs}}(s) = \bar{\delta}^2 + \varepsilon^2 + \bar{\delta}_\varphi^2$$

$$(2) \quad \bar{\delta}_{\text{obs}}^2(2s) = 8\bar{\delta}^2 + \varepsilon^2 + 4\bar{\delta}_\varphi^2$$

$$(3) \quad \bar{\delta}_{\text{obs}}^2(3s) = 27\bar{\delta}^2 + \varepsilon^2 + 9\bar{\delta}_\varphi^2$$

où la distorsion est supposée circulaire (l'accroissement logarithmique de  $\delta$  avec  $s$  est ici négligé). En l'absence de distorsion, (2) et (3) associées à (1) fournissent  $\bar{\delta}$  et permettent de contrôler la cohérence interne des calculs. En cas de déformation les trois relations permettent d'éliminer  $\bar{\delta}_\varphi$ . Ce contrôle effectué sur tous les mesons K, a montré que les deux valeurs de  $\delta$ ,  $\delta_{2,1}$  et  $\delta_{3,1}$  présentent la corrélation attendue à une exception près.

Pour vérifier la constance de  $\rho_0$  avec  $R$ , on a déterminé  $\rho_0$  successivement

<sup>(4)</sup> M. COSYNS et G. VANDERHAEGHE: *Bull. Centre Phys. Nucl. U.L.B.*, n. 15 (1951).

à l'aide de 150, 300 et 600 mesures (correspondant à  $R = 2,5, 6,5$  et  $18,5$  mm pour le proton). On a observé un accroissement de  $\varrho_0$  de  $(10 \pm 3)\%$  dû peut-être à l'emploi de cellules petites à la fin de parcours. La dispersion ne varie pas significativement avec  $R$ .

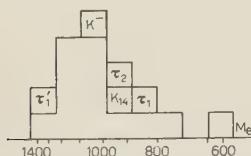


Fig. 1b. Distribution de  $\varrho$  des mésons  $\tau$  et  $K$ .

on se heurte aux défauts de régularité de la courbure dont aucune méthode d'élimination ne peut tenir compte. Pour s'éliminer, la déformation doit être, non seulement « régulière », pour être distinguée de la diffusion multiple, mais aussi d' $«$  amplitude  $»$  grande devant celle-ci. Bien entendu, ces considérations affectent d'autant plus les traces que l'on est plus éloigné de la fin de parcours.

On n'a pas tenu compte de l'erreur sur le parcours qui provient de l'allongement ou de la rétraction des traces parallèles à  $k$ , ni de l'effet de premier ordre. Celle-ci est du type erreur d'inclinaison, mais non systématique; elle l'emporterait cependant sur l'erreur de courbure. Le straggling est également négligé.

#### 4. — Mesures de masse.

$\varrho$  étant déterminé sur un schéma de cellules tel que  $M_0$  ( $1000\text{ m}_e$ ) soit voisin de  $M$  (fig. 1-b), la masse est donnée par:

$$M/M_0 = (\varrho_0/\varrho)^{2,32},$$

où  $\varrho_0$  a la valeur expérimentale (fig. 2). On donne l'erreur relative sur  $M$  provenant de la fluctuation individuelle de la trace mesurée soit:  $1,86/\sqrt{n} \cdot 2,32$ . L'incertitude sur la constante d'étalonnage n'intervient que dans les moyennes de masses, par addition des variances.

La valeur moyenne des masses de 3 mésons  $\tau$  mesurés est:

$$1030 \pm 115 \text{ m}_e.$$

La valeur moyenne des masses de 14 mésons  $K$  à secondaire rapide, compte

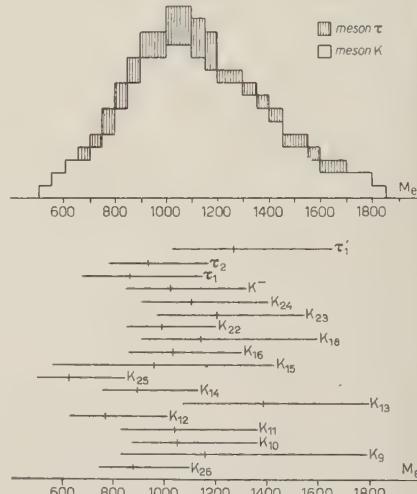


Fig. 2. — Masses des mésons  $\tau$  et  $K$  et histogramme à aires égales.

tenu d'une seconde approximation sur la constante de scattering, est:

$$956 \pm 50 \text{ m}_e.$$

\* \* \*

Je désire exprimer ma gratitude à Monsieur le Professeur L. LEPRINCE-RINGUET qui a encouragé et discuté ce travail. Je remercie également Mademoiselle JACQUELINE ONNEUR pour sa contribution aux mesures et aux calculs.

# Étude de mésons lourds à l'arrêt dans les émulsions photographiques.

## TROISIÈME PARTIE

Résultats expérimentaux sur les secondaires des mésons lourds.

L. JAUNEAU et J. TREMBLEY

*Laboratoire de Physique de l'École Polytechnique - Paris*

(ricevuto il 21 Febbraio 1955)

SOMMAIRE. — 1. Introduction. — 2. Principe de la méthode. 1. Estimation de l'ionisation. 2. Estimation de l'angle de scattering. 3. Calcul du  $p\beta c$  à partir de  $\alpha$ . 4. Calcul de la masse. 5. Estimation de l'erreur sur la masse. — 3. Étalonnage et précision de la méthode. — 4. Étude des secondaires de mésons K d'ionisation voisine du minimum. — 5. Discussion des résultats. 1. Nature électronique. 2. Nature mésonique. — 6. Conclusion. — Remerciements.

### 1. — Introduction.

La nouvelle technique des émulsions sans support de verre permet de suivre sur une plus grande longueur les particules, et dans beaucoup de cas, de trouver soit leur origine, soit leur point d'arrêt. Cependant, les conditions cinétiques ou géométriques ne sont pas toujours favorables à un arrêt dans l'émulsion et l'on est souvent en présence de traces dont il est pourtant intéressant de connaître la nature, comme les secondaires de certaines catégories de mésons lourds. Les méthodes utilisant l'ionisation en fonction du parcours restant<sup>(1-3)</sup> et le scattering en fonction du parcours restant<sup>(4)</sup> ne permettent plus d'estimer la masse de la particule responsable de la trace. Dans ce cas, la seule technique applicable est celle qui combine les mesures d'ionisation et de diffusion multiple (scattering).

(<sup>1</sup>) T. F. HOANG, ce fascicule pag. 186.

(<sup>2</sup>) G. KAYAS, ce fascicule pag. 200.

(<sup>3</sup>) D. MORELLET, ce fascicule pag. 209.

(<sup>4</sup>) A. ORKIN-LECOURTOIS, ce fascicule pag. 222.

Dans ce travail, nous avons utilisé cette méthode pour déterminer la nature des secondaires de mésons K observés dans le bloc d'émulsions pelées S 22 (\*) (Expédition de Sardaigne 1953) (5).

## 2. – Principe de la méthode.

La mesure de l'angle moyen de scattering permet, si l'on connaît le facteur de scattering, de déduire le  $p\beta c$  de la particule. D'autre part l'ionisation, déterminée par la mesure de la densité de grains, est une fonction de la vitesse  $\beta c$ . On peut donc calculer la masse par la relation:

$$m_0 c^2 = p\beta c / \gamma \beta^2.$$

Dans cet article, nous admettrons:

- 1) Pour l'ionisation, la loi de Bethe et Bloch avec les coefficients calculés par VOYVODIC pour l'émulsion photographique (6).
- 2) Le facteur de scattering donné par la théorie de Molière et calculé par GOTTSSTEIN (7).

**2.1. Estimation de l'ionisation.** – Lorsqu'une particule traverse l'émulsion, elle perd de l'énergie tout au long de son trajet par suite des collisions inélastiques avec les atomes. Cette perte d'énergie par collision est donnée par la loi de Bethe et Bloch:

$$(1) \quad k_\eta = \frac{2Cm_e}{\beta^2} \left[ \log_e \frac{2m_e \eta}{I^2(Z)} + \log_e \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} - \beta^2 \right],$$

$C = 0,150Z/A; \quad m_e = 5,1 \cdot 10^{-5} \text{ eV};$   
 $\eta = 10 \text{ keV}; \quad Z/A = 0,43; \quad Z = 42; \quad I(Z) = 375 \text{ eV}.$

(\*) Les secondaires étudiés dans ce travail ont fait l'objet d'une communication préliminaire au Congrès de Padoue (*Suppl. Nuovo Cimento*, **12**, 242 (1954)). Mais des erreurs de transcription ont introduit certaines confusions dans la nomenclature de ces secondaires: c'est ainsi que les  $K_{22}$  et  $K_{23}$  correspondent à  $Ep_{19}$  et  $Ep_{20}$  du tableau partiel (p. 243) et à  $Ep_{21}$  et  $Ep_{22}$  du tableau général (p. 438).

D'autre part, depuis le Congrès de Padoue, nous avons suivi ces secondaires sur toute leur longueur. L'ionisation et le  $p\beta$  ont donc été déterminés à nouveau. Ce fait, ainsi que l'élimination des déformations de la trace, et la correction de la perte d'énergie sur les secondaires longs, explique les différences entre les valeurs données ici et celles des Comptes-rendus de Padoue.

(5) T. F. HOANG, L. JAUNEAU, J. JOUVIN, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET, A. ORKIN-LECOURTOIS et J. TREMBLEY: *Résultats expérimentaux sur les masses des mésons primaires*, ce fascicule pag. 172.

(6) L. VOYVODIC: *Progress in Cosmic Rays*, vol. II (1954).

(7) K. GOTTSSTEIN: *Kosmische Strahlung* (Berlin, 1953).

ou encore:

$$(2) \quad k_{\eta} = \frac{65,8 \cdot 10^{-3}}{\beta^2} \left[ 11,2 + \log_r \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} - \beta^2 \right].$$

Cette relation montre que lorsque  $\beta$  croît,  $k_{\eta}$  commence par décroître, atteint un minimum pour  $\beta = \beta_0 = 0,951$  et croît à nouveau. D'autre part, aux hautes énergies,  $k_{\eta}$  atteint un palier de saturation (plateau).

Dans un certain domaine de  $\beta$ , qui dépend des conditions physiques de l'émulsion, la densité  $g$  des grains de Br Ag révélés par unité de longueur ( $100 \mu$ ) est proportionnelle à la perte d'énergie. On a donc:  $g = a \cdot k_{\eta}$  où  $a$  est la densité de grains par  $100 \mu$ . Dans ce travail, nous estimons l'ionisation  $g^*$  par rapport au plateau  $g_{pl}$ :  $g^* = g/g_{pl}$ . Pour déterminer la valeur de  $g_{pl}$ , il suffira, comme nous le verrons plus loin, d'avoir des particules suffisamment énergétiques, par exemple de  $E/m_0c^2 \gg 100$ . Nous avons admis, d'après de récentes déterminations <sup>(1)</sup>, une hauteur relative du plateau par rapport au minimum d'ionisation  $g_0$ :

$$(3) \quad 1 = \frac{g_{pl} - g_0}{g_0} \approx 11 \%,$$

**2.2. Estimation de l'angle de scattering.** — L'angle moyen  $\alpha_s$  de diffusion multiple sur une cellule de longueur  $s$  microns est inversement proportionnel au  $p\beta c$  de la particule.

L'estimation de  $\alpha_s$  est faite dans ce travail par la méthode de la flèche, c'est-à-dire par la mesure de la côte  $y_i$  des grains en des points distants de  $s$  microns. L'angle  $\omega$  entre deux cordes tendues entre trois points de la trajectoire sera alors:

$$(4) \quad \omega_i = \frac{y_{i-1} - y_i}{s} - \frac{y_i - y_{i+1}}{s} = \frac{D_i}{s}.$$

D'autre part:

$$\bar{\omega}_i^2 = \bar{\alpha}_0^2 \frac{s}{100} + 6\bar{r}^2 s^{-2},$$

où  $\bar{\alpha}_0$  est l'angle moyen de diffusion multiple entre cordes sur une cellule de longueur  $100 \mu$ . Le terme  $6\bar{r}^2 s^{-2}$  qui correspond au « bruit de fond » (spurious scattering) peut être éliminé en estimant  $\omega^2$  sur deux cellules, l'une double ou triple de la cellule de mesure, ce qui conduit à:

$$(5) \quad (\bar{\alpha}_0)_{i1} = \alpha \left[ \frac{\bar{D}_j^2 - \bar{D}_i^2}{t_j^3 - t_i^3} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\alpha = \frac{u \cdot \pi}{180 \cdot 10^2},$$

où  $u$  est la valeur d'une division du tambour en microns, et  $D$  la moyenne des valeurs absolues des  $D_i$ , après coupures des différences secondes supérieures à 4 fois la moyenne calculée sans coupures.

Dans le cas de nos mesures, nous avons utilisé un microscope Cook M. 4000 avec le système optique suivant: 10-53 Leitz (N.a. 0,95) ou 10-70 (N.a. 1,32).

Pour chaque mesure la cellule de base  $s_1$  est choisie de telle manière que la diffusion vraie soit de l'ordre de grandeur du bruit de fond, et que la cellule double  $s_2$  conduise à:  $D_2 = 2D_1$ . On estime alors l'angle de scattering  $\alpha_{13}$  par élimination entre la cellule de base et la cellule triple.

L'erreur sur l'estimation de l'angle de diffusion (écart standard) est donnée par l'expression suivante:

$$(6) \quad \frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{0,88}{\sqrt{n}},$$

$n_j$  étant le nombre de mesures indépendantes effectuées avec la cellule triple.

Si l'on constate une déformation régulière de la trace on utilisera alors l'expression suivante pour calculer  $\alpha$ :

$$(5\text{-bis}) \quad (\alpha_0)_{ij}^* = a \sqrt{\frac{2}{11}} \left[ \frac{3\bar{E}_j^2 - 10\bar{D}_i^2}{t_j^3 - t_i^3} \right]^{\frac{1}{2}},$$

où  $\bar{E}$  est la moyenne des valeurs absolues des troisièmes différences sur la cellule  $j$ .

Dans ce travail, nous avons calculé, pour chaque cas,  $\alpha$  à l'aide des deux expressions (5) et (5-bis). Nous dénommerons, pour simplifier, les deux modes de calcul par méthode  $\alpha$  et méthode  $\alpha^*$ .

L'erreur sur  $\alpha^*$  a été admise identique à celle sur  $\alpha$ .

2.3. — *Calcul du pβe à partir de α.* L'angle moyen de scattering  $\alpha_0$  ramené à une cellule de 100  $\mu$ , est relié au  $p\beta e$  de la particule par:

$$\alpha_0 = K_{ee}/p\beta e,$$

où  $K_{ee}$  est le facteur de scattering relatif à la cellule de 100  $\mu$  pour des mesures entre cordes avec coupure à quatre fois la valeur moyenne.

Le facteur de scattering  $K_{ee}$  dépend d'une part du  $\beta$  de la particule, d'autre part, de la cellule  $t_j$  avec laquelle a été calculé l'angle moyen de diffusion (\*).

(\*) Le Bureau des Standards (*Congrès de Padoue, Suppl. Nuovo Cimento* **12**, 474 (1954)) recommande de prendre comme erreur sur l'angle  $0,75\sqrt{N}$  et de tenir compte d'une erreur de 8% sur le facteur de scattering dans le cas où les mesures ne sont pas accompagnées d'un étalonnage. Dans cet article, nous avons seulement considéré l'erreur sur l'angle, prise égale à  $0,88/\sqrt{N}$ . On peut voir que, dans la plupart des cas, les deux méthodes de calcul de l'erreur sont équivalentes.

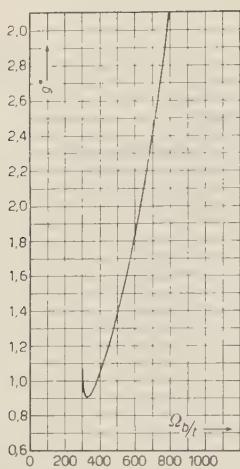


Fig. 1. —  $\Omega_{b/t}$  en fonction de  $g^*$  pour le calcul de  $K_{cc}$ .

Connaissant la cellule de mesure  $t$  et  $g^*$ , on en déduit  $\Omega_b$ , puis  $K_{cc}$  (fig. 2).

La valeur ainsi obtenue pour  $K_{cc}$  est théorique. Nous avons montré dans un travail précédent (8) que les valeurs calculées par VOYVODIC (9) qui sont identiques à celles données par GOTTSSTEIN (7), sont en bon accord avec les valeurs expérimentales.

**2.4. Calcul de la masse.** — a) Connaissant par la mesure de l'angle moyen de diffusion le  $p\beta c$  de la particule, et son  $\beta$ , d'où  $\gamma\beta^2$ , par l'ionisation (fig. 3), nous pouvons calculer sa masse par la relation suivante:

$$(10) \quad m_0c^2 = p\beta c/\gamma\beta^2.$$

b) Une autre méthode consiste à tracer le réseau de courbes  $g^* = f(p\beta c)$  pour les diverses particules connues (mésons  $\mu$ ,  $\pi$  et  $\tau$ , protons et deutons): à même ionisation, c'est-à-dire à même  $\beta$ , les  $p\beta c$  de deux particules sont dans le rapport de leurs masses.

Dans la théorie de Molière, il est donné par l'expression (GOTTSSTEIN et VOYVODIC):

$$(7) \quad K_{cc} = 2e^2(NZ^2)^{1/2}B^{1/2} \left[ 1 + \frac{0,982}{B} - \frac{0,117}{B^2} \right],$$

où  $N$  est le nombre de centres diffuseurs par  $\text{cm}^3$ .

La fonction  $B$  est définie par:

$$(8) \quad B - \log B = \log \Omega_b - 0,1545$$

et

$$(9) \quad \Omega_b = \frac{4\pi e^4(NZ^2)z^2 t 0,236 \cdot 10^{-16}}{\beta^2 e^2 Z^{2/3} \hbar^2 (1,13 + 3,76\gamma^2)};$$

$\Omega_{b/t}$  ne dépend que de  $\beta$ : on peut donc représenter sa variation en fonction de  $g^*$  (fig. 1).

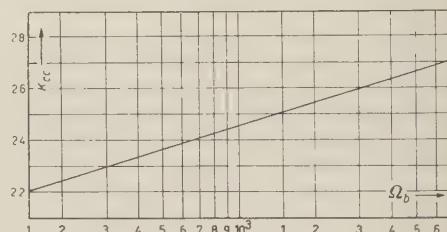


Fig. 2. —  $K_{cc}$  en fonction de  $\Omega_b$ .

(8) J. TREMBLEY: *Thèse, Paris* (1952).

(9) L. VOYVODIC et E. PICKUP: *Phys. Rev.*, **85**, 91 (1952).

Les mesures effectuées sur une trace se traduisent par un point sur ce diagramme. L'abscisse de ce point donne immédiatement la masse de la particule.

Dans ce travail, nous avons estimé la masse par la première méthode.

### 2.5. Estimation de l'erreur sur la masse.

— La masse  $m_0c^2$  dépend de l'angle moyen de scattering  $\alpha_0$  et de l'ionisation  $g^*$ : ces deux grandeurs directement déduites des mesures sont sensiblement des variables gaussiennes que nous appellerons ici  $x$  et  $y$ :

$$p\beta c = K/x.$$

La loi de Bethe et Bloch conduit approximativement à:

$$\beta^2 = A/y,$$

où  $A$  est en réalité une fonction lentement variable de  $\beta$ .

D'où:

$$m_0c^2 = \frac{p\beta c}{\gamma\beta^2} = \frac{K}{A} \cdot \frac{\sqrt{y(y-A)}}{x} = F(x, y).$$

Si les erreurs relatives sur  $x$  et  $y$  sont faibles, on peut calculer  $\sigma(m_0c^2)$  par l'expression approchée:

$$\sigma^2(m_0c^2) = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right|^2 \sigma_x^2 + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right|^2 \sigma_y^2,$$

ce qui donne:

$$\frac{\sigma}{m_0c^2} = \left[ \left( \frac{\sigma_x}{x} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_y}{y} \right)^2 \cdot f^2(y) \right]^{\frac{1}{2}}$$

avec:

$$f(y) = \frac{1}{2} \frac{(2y-A)}{(y-A)}.$$

Dans le calcul de  $f(y)$ , on tient compte de la variation de  $A$  avec  $\beta$ .

### 3. — Étalonnage et précision de la méthode.

Avant d'entreprendre l'étude des secondaires des mésons K, nous allons appliquer la méthode de détermination de la masse exposée ci-dessus à des particules de nature connue, afin d'établir la précision que nous pouvons attendre de cette méthode.

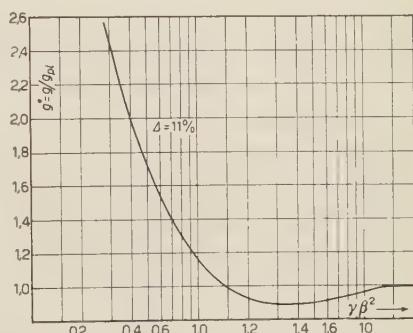


Fig. 3. — Ionisation  $g^* = g/g_{p_0}$  en fonction de  $\gamma\beta^2$ .

Nous avons choisi, pour effectuer ce test de sensibilité, deux sortes de traces, les unes sortant d'étoiles, les autres produites par des particules s'arrêtant dans le bloc d'émulsions sans support. Les premières, choisies dans des étoiles de moyenne énergie, sont dues à des mésons  $\pi$ . Les autres sont des mésons  $\mu$  ou des mésons  $\pi$  facilement discernables par leur aspect particulier à l'arrêt ( $\pi - \sigma$ ;  $\pi - \mu$ ;  $\mu - e$ ). Nous n'avons pas tenu compte du parcours résiduel vu le but de la méthode. Si nous avons choisi des particules qui s'arrêtent, ce n'est que pour nous assurer de la nature de celles-ci.

Le domaine d'énergie étudié est défini par  $(0,860 > \beta > 0,450)$ , ce qui correspond à une ionisation comprise entre  $3g_{pl}$  et  $g_{pl}$  sur la partie de gauche de la courbe de Bethe et Bloch, ceci afin de rester dans le domaine où les grains sont encore facilement dénombrables ( $g^* = 3,0 \rightarrow g = 55/100 \mu$ ).

Chaque trace d'étalonnage doit avoir une longueur suffisante pour permettre une estimation de l'angle de scattering à mieux de 16%, ce qui correspond à environ 90 à 100 pointés ( $n_1 = 90$  à 100) si l'on se trouve dans les conditions optima ( $D_2 = 2D_1$ ).

La détermination de la densité de grains de la trace étudiée se fait en comptant environ 1000 grains le long de la trace, comptage effectué en dénombrant les grains et non les groupes de grains (blobs), sur des cellules jointives d'une longueur égale au diamètre du champ optique (dans le cas du 53 Leitz la cellule est de  $145 \mu$ ). On déduit  $g^*$  de l'expression  $g^* = g/g_{pl}$ .

Afin de déterminer la densité des grains au plateau et de pouvoir calculer l'ionisation de chaque trace étudiée, nous avons compté les grains sur des particules de  $\gamma > 100$ . Pour cela, nous avons pris des électrons de gerbes électriques reprérées dans le bloc d'émulsion.

Cette quantité  $g_{pl}$  peut soit être estimée au voisinage de la trace en question, soit être déterminée une fois pour toutes dans un bloc d'émulsion donné. Dans ce dernier cas il faudra tenir compte dans l'erreur sur  $g^*$  de la fluctuation du degré de développement. La seconde méthode donne une estimation moins précise mais est utile lorsqu'il est difficile de trouver des traces d'étalonnage au voisinage des traces étudiées, ce qui est le cas dans le bloc d'émulsions S 22.

Nous avons cherché à étudier la fluctuation de la densité de grains en fonction des plaques et de la profondeur dans l'émulsion. Seule la partie centrale de l'émulsion a été retenue. Deux couches, l'une à la surface air, l'autre à la surface verre, ont été éliminées afin d'éviter les fortes variations d'ionisation dans ces couches. Nous avons, dans ce but, divisé l'émulsion en feuillets horizontaux (4 feuillets par feuille d'émulsion de  $600 \mu$ ) et calculé la dispersion expérimentale des grains ce qui a donné:

$$\sigma = 0,82 .$$

Nous admettrons donc pour la densité de grains au plateau:

$$g_{pl} = 18,78 \pm 0,82 ,$$

soit:

$$(\sigma/g)_{\text{pl}} = 5 \text{ \% .}$$

Sur une statistique plus importante, HOANG (1) a trouvé:  $(\sigma/g)_{\text{pl}} = 2,5 \%$  (sur une particule traversant une vingtaine de plaques). Dans la suite de ce travail, nous calculerons l'écart type sur  $g^*$  par:

$$\frac{\sigma_{g^*}}{g^*} = \left[ \frac{1}{N} + \left( \frac{\sigma}{g} \right)^2_{\text{pl}} \right]^{\frac{1}{2}},$$

où  $N$  est le nombre total de grains utilisés, avec:

$$(\sigma/g)_{\text{pl}} = 4 \text{ \% ,}$$

en tenant compte seulement de la fluctuation du degré de développement.

Pour tester la méthode nous avons effectué des mesures de masse sur 19 mésons  $\pi$  et 10 mésons  $\mu$ .

Les Tableaux I, II, III donnent les résultats des mesures.

TABLEAU I. — Mésons  $\mu$  d'étalonnage (Méthode  $\alpha^*$ ).

$g^*$	$p\beta c$ (MeV)	$m_0c^2$ (MeV)
1,87 ± 0,094	43,2 ± 6,0	98 ± 15
1,67 ± 0,084	73,8 ± 10,3	142 ± 22
2,37 ± 0,019	36,9 ± 5,9	117 ± 20
1,70 ± 0,085	75,5 ± 9,8	148 ± 22
2,39 ± 0,119	28,8 ± 4,0	93 ± 14
2,04 ± 0,102	37,4 ± 5,6	96 ± 16
1,90 ± 0,095	58,0 ± 9,3	135 ± 23
1,73 ± 0,086	50,8 ± 7,1	103 ± 16
1,62 ± 0,081	51,8 ± 7,2	94 ± 15
2,55 ± 0,128	33,6 ± 4,7	120 ± 29

$$(m_0c^2)_\mu = 114 \pm 5 \text{ MeV} \quad M_\mu = 224 \pm 10 \text{ m}_e$$

Dans la troisième colonne du tableau III nous avons donné l'estimation de la masse moyenne  $M$  à l'aide de la formule (5) tandis que la quatrième colonne est déduite par la formule (5-bis), c'est-à-dire tient compte d'une élimination des distorsions de l'émulsion.

TABLEAU II. — Mésons  $\pi$  d'étalonnage (Méthode  $\alpha^*$ ).

$g^*$	$p\beta c$ (MeV)	$m_0c^2$ (MeV)
2,23 ± 0,112	42,7 ± 6,2	125 ± 20
1,70 ± 0,085	54,4 ± 7,4	106 ± 16
1,83 ± 0,091	47,9 ± 6,7	104 ± 16
1,48 ± 0,074	90,3 ± 15,6	143 ± 27
1,70 ± 0,085	89,7 ± 15,1	175 ± 32
2,72 ± 0,136	33,5 ± 6,0	131 ± 25
2,32 ± 0,116	51,7 ± 8,6	160 ± 28
1,86 ± 0,093	58,7 ± 8,4	130 ± 20
1,65 ± 0,083	80,7 ± 12,8	152 ± 26
2,28 ± 0,113	63,8 ± 9,8	193 ± 32
1,66 ± 0,088	107,0 ± 16,9	201 ± 34
1,45 ± 0,072	112,0 ± 15,2	170 ± 26
1,32 ± 0,066	83,8 ± 14,2	107 ± 20
1,30 ± 0,065	100,0 ± 17,6	125 ± 24
2,07 ± 0,104	61,6 ± 8,7	159 ± 24
1,18 ± 0,059	163,2 ± 22,2	168 ± 27
1,28 ± 0,064	117,0 ± 17,3	144 ± 24
1,05 ± 0,052	195,5 ± 29,6	153 ± 28
1,83 ± 0,092	65,7 ± 9,3	143 ± 22

$$(m_0c^2)_\pi = 146 \pm 4 \text{ MeV} \quad M_\pi = 287 \pm 7 \text{ m}_e.$$

TABLEAU III.

Nature	Nombre de traces	$\bar{M}$ ( $m_e$ ) (méthode $\alpha$ )	$\bar{M}$ ( $m_e$ ) (méthode $\alpha^*$ )
$\mu$	10	198,3 ± 9,4	223,8 ± 9,8
$\pi$	19	264,8 ± 6,5	287,2 ± 7,4

Dans une méthode comme dans l'autre le rapport  $M_\pi/M_\mu$  est en bon accord avec la valeur  $1,32 \pm 0,02$  admise à l'heure actuelle <sup>(10)</sup>:

$$\text{Méthode } \alpha \quad (M_\pi/M_\mu) = 1,33 \pm 0,10,$$

$$\text{Méthode } \alpha^* \quad (M_\pi/M_\mu) = 1,29 \pm 0,10.$$

<sup>(10)</sup> F. M. SMITH, W. BIRNBAUM, W. H. BARKAS: *Phys. Rev.*, **91**, 765 (1953).

Nous avons représenté par la fig. 4 la distribution des masses des mésons  $\pi$  et des mésons  $\mu$ . Pour la construction de cet histogramme nous avons fait correspondre à chaque mesure un triangle d'aire unité et de demi-base égale à un écart type.

Le domaine d'ionisation exploré avec les  $\mu$  et les  $\pi$  s'étend de  $3g_{pl}$  à  $1,05g_{pl}$ .

Cette méthode ne permet pas, en général, de distinguer avec certitude, sur une particule, entre un méson  $\mu$  et un méson  $\pi$ . Cependant, sur un groupe de particules, on peut espérer distinguer statistiquement entre  $\mu$  et  $\pi$ . Le tableau ci-dessus montre en effet une nette séparation des valeurs moyennes des deux populations, l'une de  $\mu$  et l'autre de  $\pi$ .

#### 4. – Étude des secondaires des meson K d'ionisation voisine du minimum.

Lors du dépouillement du bloc d'émulsion pelée S 22, le groupe de l'École Polytechnique a trouvé<sup>(5)</sup> 28 mésons lourds. Parmi ces mésons lourds 23 ont des secondaires très énergiques.

Nous avons essayé de retrouver le prolongement de ces secondaires. La faible densité de grains au minimum d'ionisation et la présence d'une feuille de papier entre les émulsions nous ont conduit à établir des critères très stricts. Nous n'avons retenu que les secondaires ayant une longueur égale ou supérieure à 1500  $\mu$  dans la plaque où avait lieu la désintégration, ceci afin d'avoir une estimation de son  $p\beta c$ . La trace trouvée dans la plaque suivante devait avoir un  $p\beta c$  et une ionisation compatibles avec ceux trouvés dans la plaque précédente.

Quatre secondaires satisfaisant ces conditions ont pu être étudiés par la méthode scattering-ionisation: ( $K_{13}$ ,  $K_{17}$ ,  $K_{22}$ ,  $K_{23}$ ).

Nous avons rassemblé dans des tableaux les mesures détaillées faites sur les quatre secondaires. La quatrième colonne correspond à l'angle moyen de scattering sans correction de déformation, tandis que la cinquième colonne tient compte d'une élimination des déformations éventuelles à l'aide de la formule (5-bis).

*Secondaire du  $K_{13}$ .* – Ce secondaire traverse 13 plaques sur une longueur de 22 000  $\mu$  avant de sortir par la plaque supérieure. Il a été suivi sur tout son trajet et mesuré dans les quatre premières plaques, soit sur 6 800  $\mu$ .

Nous avons trouvé, en supposant qu'il n'a subi aucune perte d'énergie

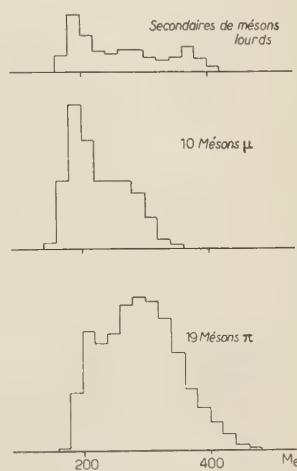


Fig. 4. – Distribution des masses des traces d'étaillonage et des secondaires de mésons lourds.

Secondaire K<sub>13</sub>.

N.	$L_\mu$	$g^*$	$\alpha$	$\alpha^*$	$p\beta c$ (MeV) avec $\alpha^*$	$M$ $m_e$
1	1 530	$0,967 \pm 0,068$	$0,146 \pm 0,045$	$0,113 \pm 0,035$	$210 \pm 65$	$248 \pm 92$
2	1 530	$0,948 \pm 0,067$	$0,145 \pm 0,045$	$0,138 \pm 0,043$	$173 \pm 54$	$188 \pm 72$
3	1 530	$0,948 \pm 0,067$	$0,124 \pm 0,039$	$0,102 \pm 0,032$	$233 \pm 72$	$252 \pm 98$
4	2 200	$0,948 \pm 0,067$	$0,114 \pm 0,036$	$0,096 \pm 0,030$	$248 \pm 78$	$268 \pm 104$

sur la portion de trace mesurée, une valeur moyenne pour le  $p\beta c$  de:  $p\beta c = 207 \pm 33$  MeV et pour la masse  $M$  de:  $M = 233 \pm 36$   $m_e$ .

*Secondaire du K<sub>17</sub>.* — Ce secondaire, le plus long des quatre, fait 73 000  $\mu$  dans le paquet dont 7 000  $\mu$  dans le papier séparant les feuilles d'émulsion. Il a été mesuré dans toutes les plaques à l'exception des deux dernières, vu les fortes déformations régnant au voisinage du bord des plaques.

Secondaire K<sub>17</sub>.

N.	$L_\mu$	$g^*$	$\alpha$	$\alpha^*$	$p\beta c$ (MeV) avec $\alpha^*$	$M$ $m_e$
1	7 900	$0,911 \pm 0,049$	$0,139 \pm 0,020$	$0,119 \pm 0,017$	$203 \pm 29$	$180 \pm 34$
2	25 500	$0,925 \pm 0,048$	$0,131 \pm 0,011$	$0,117 \pm 0,010$	$207 \pm 18$	$197 \pm 28$
3	8 150	$0,941 \pm 0,047$	$0,155 \pm 0,0205$	$0,166 \pm 0,027$	$146 \pm 24$	$153 \pm 30$
4	5 650	$0,976 \pm 0,049$	$0,210 \pm 0,037$	$0,160 \pm 0,028$	$151 \pm 25$	$184 \pm 38$
5	3 220	$0,999 \pm 0,057$	$0,182 \pm 0,034$	$0,162 \pm 0,030$	$146 \pm 27$	$196 \pm 46$
6	2 700	$1,028 \pm 0,062$	$0,163 \pm 0,037$	$0,170 \pm 0,038$	$140 \pm 31$	$203 \pm 48$
7	2 900	$1,077 \pm 0,063$	$0,157 \pm 0,033$	$0,182 \pm 0,039$	$131 \pm 28$	$216 \pm 58$
8	3 000	$1,085 \pm 0,064$	$0,177 \pm 0,038$	$0,160 \pm 0,034$	$151 \pm 32$	$250 \pm 66$
9	2 700	$1,018 \pm 0,061$	$0,232 \pm 0,053$	$0,158 \pm 0,036$	$150 \pm 34$	$211 \pm 58$
10	2 800		Trop près du bord de la plaque.			
11	1 400		Sort du paquet.			

L'estimation de la masse de ce secondaire sur l'ensemble des mesures faites donne:  $M = 195 \pm 14$   $m_e$ . Nous avons calculé la valeur du  $p\beta c$  au point de désintégration, à l'aide des mesures effectuées dans les deux premières plaques et en tenant compte d'une perte d'énergie correspondant à la moitié de la portion de trace mesurée (33 000  $\mu$  pour les deux premières plaques) soit:  $p\beta c = 216 \pm 15$  MeV.

*Secondaire du K<sub>22</sub>.* — Ce secondaire ne traverse que deux plaques avant de sortir du paquet, parcourant cependant 35 750  $\mu$  dont 4 750  $\mu$  dans le papier.

Secondaire K<sub>22</sub>.

N.	$L_\mu$	$g^*$	$\alpha$	$\alpha^*$	$p\beta c$ (MeV) avec $\alpha^*$	$m_e$
1	19 000	$0,928 \pm 0,041$	$0,128 \pm 0,010$	$0,115 \pm 0,009$	$210 \pm 17$	$206 \pm 36$
2	12 000	$0,955 \pm 0,049$	$0,150 \pm 0,015$	$0,131 \pm 0,013$	$182 \pm 18$	$206 \pm 38$

La masse la plus probable est  $M = 206 \pm 24 m_e$  tandis que la valeur du  $p\beta c$  au point de désintégration, déduite du tableau ci-dessus et compte tenu de la perte d'énergie, est:

$$p\beta c = 205 \pm 13 \text{ MeV}.$$

Secondaire du K<sub>23</sub>. — Après avoir traversé six plaques sur  $15\,000 \mu$  dont dont  $1\,400 \mu$  dans le papier séparant les émulsions, ce secondaire sort du paquet par la plaque inférieure.

Secondaire K<sub>23</sub>.

N.	$L_\mu$	$g^*$	$\alpha$	$\alpha^*$	$p\beta c$ (MeV) avec $\alpha^*$	$M$ $m_e$
1	1 800	$1,130 \pm 0,071$	$0,121 \pm 0,034$	$0,132 \pm 0,037$	$180 \pm 50$	$328 \pm 96$
2	2 300	$1,090 \pm 0,071$	$0,279 \pm 0,093$	$0,141 \pm 0,047$	$169 \pm 56$	$283 \pm 98$
3	1 900	$1,075 \pm 0,070$	$0,214 \pm 0,060$	$0,122 \pm 0,034$	$195 \pm 54$	$317 \pm 92$
4	2 250	$1,040 \pm 0,067$	$0,208 \pm 0,053$	$0,149 \pm 0,038$	$160 \pm 40$	$240 \pm 64$
5	2 800	$1,090 \pm 0,064$	$0,241 \pm 0,053$	$0,151 \pm 0,033$	$157 \pm 35$	$264 \pm 60$
6	2 600	$1,110 \pm 0,065$	$0,137 \pm 0,031$	$0,150 \pm 0,034$	$159 \pm 36$	$279 \pm 64$

La valeur moyenne du  $p\beta c$  est:  $p\beta c = 166 \pm 18 \text{ MeV}$  et la masse la plus probable est:  $M = 280 \pm 21 m_e$ .

Enfin nous avons résumé dans le Tableau IV, l'ensemble des résultats sur les secondaires de la série de Sardaigne. Tous les autres secondaires de la série de Sardaigne ne s'arrêtant pas dans le paquet ont des longueurs (par plaques) inférieures à  $1\,500 \mu$  et ont été rejetés, ne permettant pas une bonne estimation soit du scattering, soit de l'ionisation.

## 5. — Discussion des résultats.

Dans le domaine d'énergie des secondaires étudiés il est très délicat, comme nous l'avons vu précédemment, de distinguer un méson  $\mu$  d'un méson  $\pi$  sur un seul exemple. Peut-on, cependant, tirer des informations de nos résultats?

Si l'on regarde le Tableau IV on voit qu'en ce qui concerne le  $p\beta c$ , il semble y avoir un groupement des  $K_{13}$ ,  $K_{17}$  et  $K_{22}$  autour d'une valeur unique, tandis que le  $K_{23}$  aurait une valeur plus faible. Si l'on regarde maintenant la colonne des masses on se trouve en présence d'une situation analogue bien que moins marquée. L'aspect des distributions de masse de la fig. 4 ne permet en effet nullement de mettre en évidence la nature, supposée  $\pi$  ou  $\mu$ , de nos secondaires. On peut seulement constater que, si l'on tient compte simultanément des masses et du  $p\beta c$ , on est amené à séparer le secondaire  $K_{23}$  des trois autres.

Quelle est la situation à l'heure actuelle en ce qui concerne les secondaires de mésons lourds? Trois natures différentes sont admises: électrons (11), mésons  $\mu$  et mésons  $\pi$  (12).

TABLEAU IV. — *Résultats sur les secondaires des mésons lourds.*

	$L_\mu$	Nombre de plaques	$p\beta c$ (*) en MeV	$M$ $m_e$
$K_{13}$	22 000 $\mu$	13	$207 \pm 33$	$233 \pm 36$
$K_{17}$	73 000 $\mu$	11	$216 \pm 15$	$195 \pm 14$
$K_{22}$	35 750 $\mu$	2	$205 \pm 13$	$206 \pm 24$
$K_{23}$	15 000 $\mu$	6	$166 \pm 18$	$280 \pm 21$

$L_\mu$ : Longueur totale dans le paquet.

(\*): Le  $p\beta c$  correspond au point de désintégration.

5.1. *Nature électronique.* — Il ne semble pas que nous soyons ici en présence d'électrons.

a) Nous avons observé environ 14 cm de secondaire soit 4 à 5 longueurs de radiation sans observer de perte d'énergie brusque due à un effet de Bremsstrahlung. La condition requise (trouver dans chaque plaque un  $p\beta c$  compatible avec celui mesuré dans la précédente) peut nous avoir fait manquer des mésons lourds avec secondaire électron, à moins que la perte d'énergie n'ait eu lieu au centre d'une plaque dans laquelle on dispose d'une longueur suffisante pour la détecter. Un tel cas ne s'est jamais présenté et nous avons pu suivre nos quatre secondaires jusqu'à leur point de sortie du paquet.

b) Si l'on regarde maintenant chaque événement en particulier on constate que:

(11) W. FRIEDLANDER, D. KEEFE, M. G. K. MENON et L. VAN ROSSUM: *Phil. Mag.*, **45**, 1043 (1954).

(12) M. G. K. MENON: *Thèse, Bristol* (1952); M. G. K. MENON et C. O'CEALLAIGH: *Proc. Roy. Soc.*, **221**, 292 (1954).

*Le secondaire K<sub>13</sub>:* ( $g^* = 0,953 \pm 0,033$ ) a une ionisation distante de  $1,42\sigma$  de l'ionisation au plateau et n'a donc que 15 chances sur 100 d'être un électron.

*Le secondaire K<sub>17</sub>:* ( $g^* = 0,918 \pm 0,034$ ) est à  $2,41\sigma$  de  $g_{p1}$  soit seulement une probabilité 0,016 d'être un électron. D'autre part, nous avons pu suivre ce secondaire sur environ 7 cm et mettre en évidence une remontée d'ionisation appréciable. Ces deux observations semblent donc exclure complètement la possibilité d'une nature électronique pour ce secondaire.

*Le secondaire K<sub>22</sub>:* ( $g^* = 0,939 \pm 0,031$ ) n'a qu'une probabilité 0,05 d'être un électron étant à  $1,97\sigma$  de  $g_{p1}$ .

*Le secondaire K<sub>23</sub>:* ( $g^* = 1,087 \pm 0,027$ ) a une ionisation constamment supérieure à celle du plateau et distante de  $3,22\sigma$ . Il paraît donc difficile de l'assimiler à un électron.

**5.2. Nature mésonique.** — En ce qui concerne la présence de mésons  $\pi$  ou  $\mu$  parmi les secondaires, des mésons  $\pi$  ont été observés avec des  $p\beta c$  inférieurs à 100 MeV (méson  $\tau'$ )<sup>(13)</sup> ou voisins de 170 MeV (méson  $\chi \rightarrow \pi^\pm + \pi^0$ )<sup>(12)</sup>, tandis que des mésons  $\mu$  ont été mentionnés aux basses énergies et jusqu'à des  $p\beta c$  de 200 à 240 MeV. Des expériences à la chambre de Wilson<sup>(14)</sup> ont établi d'autre part, l'existence d'un méson lourd (méson  $K_\mu \rightarrow \mu + \nu$ ) avec un secondaire ayant un  $p\beta c$  de 215 MeV<sup>(15)</sup>.

a) Il semble que nous puissions rapprocher le groupe des trois mésons lourds K<sub>13</sub>, K<sub>17</sub> et K<sub>22</sub> du K <sub>$\mu$</sub> ; dans ce cas, nous trouvons pour valeur moyenne du  $p\beta c$ :

$$p\beta c = 209 \pm 9 \text{ MeV}.$$

b) D'autre part le secondaire K<sub>23</sub> qui a un  $p\beta c$  nettement inférieur à celui du  $\mu$  du K <sub>$\mu$</sub>  (il en est distant de  $2,15\sigma$ ), paraît avoir une masse plus élevée. La valeur du  $p\beta c$ , en très bon accord avec celle obtenue par le laboratoire de Padoue<sup>(16)</sup> ( $p\beta c = 164 \pm 6$  MeV) pour le méson  $\chi$ , tend à faire assimiler ce secondaire à celui d'un méson  $\chi$ .

<sup>(13)</sup> A. PAIS: *Phys. Rev.*, **86**, 663 (1953).

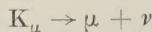
<sup>(14)</sup> B. GREGORY, A. LAGARRIGUE, L. LEPRINCE-RINGUET, F. MULLER et CH. PEYROU: *Nuovo Cimento*, **11**, 292 (1954).

<sup>(15)</sup> B. ROSSI: *École Internationale de Physique, Varenna*, 1954 (*Suppl. Nuovo Cimento*) à paraître.

<sup>(16)</sup> M. BALDO, G. BELLIBONI, M. CECCARELLI, M. GRILLI, B. SECHI, B. VITALE et G. T. ZORN: Communication privée (1954); M. BALDO, G. BELLIBONI, B. SECHI et G. T. ZORN: *Nuovo Cimento*, **12**, 220 (1954).

### 6. — Conclusion.

Si nous admettons maintenant que les  $K_{13}$ ,  $K_{17}$  et  $K_{22}$  sont du type  $K_\mu$ , nous pouvons, en prenant le schéma de désintégration:



déduire la masse du  $K_\mu$  de la valeur du  $p\beta c$  la plus probable obtenue sur nos trois exemples (avec  $m_\mu = 207$  m<sub>e</sub>):

$$p\beta c = 209 \pm 9 \text{ MeV}, \quad p^* = 230 \pm 9 \text{ MeV/c}, \quad M = 945 \pm 34 \text{ m}_e.$$

La masse moyenne déduite précédemment ( $M_K = 926 \pm 25$  m<sub>e</sub>)<sup>(5)</sup> peut correspondre à un mélange de mésons lourds (mésons  $K$ ,  $\chi$ ,  $K_\mu$ , ...). Si nous calculons ici la masse moyenne estimée directement sur le primaire pour les trois mésons lourds  $K_{13}$ ,  $K_{17}$  et  $K_{22}$  supposés identiques et analogues au  $K_\mu$ , nous obtenons:

$$M = 940 \pm 40 \text{ m}_e,$$

d'où une valeur combinée de l'estimation directe et indirecte pour le  $K_\mu$  dans nos émulsions photographiques de:

$$M_{K_\mu} = 943 \pm 26 \text{ m}_e.$$

Cependant, la statistique étant encore très pauvre, nous ne pouvons donner une valeur trop absolue à nos déterminations sur la nature des secondaires. Seuls, des paquets de dimensions plus grandes permettront de trancher avec certitude lorsqu'on pourra suivre les secondaires sur tout leur parcours jusqu'à leur point d'arrêt ou tout au moins observer un ralentissement appréciable de la particule.

\* \* \*

Nous sommes heureux d'exprimer ici notre reconnaissance à Monsieur le Professeur LEPRINCE-RINGUET qui a constamment suivi notre travail. Nous remercions nos camarades du laboratoire, et toute l'équipe de jeunes filles qui ont examiné les plaques. Nous remercions plus particulièrement Mademoiselle M. M. RANCON pour sa participation aux mesures. Ce travail a pu être effectué grâce à une allocation du Centre National de la Recherche Scientifique.